Трехфазные цепи «на ладони»

Для создания трёхфазной электрической цепи требуются трехфазный ***источник ЭДС*** и трехфазный ***приемник***.

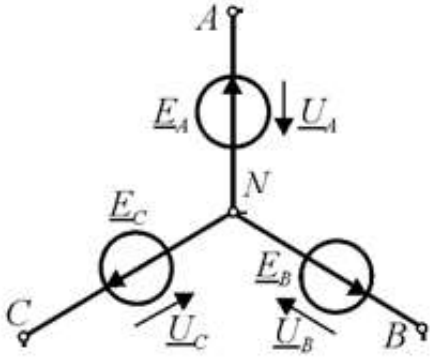


Рис. 102

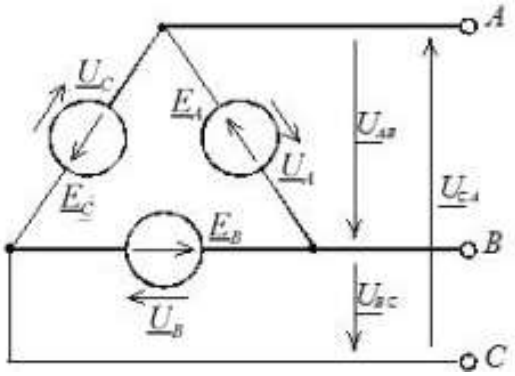


Рис. 103

И источники, и приемники могут быть *независимо друг от друга* соединены **звездой** либо **треугольником**.

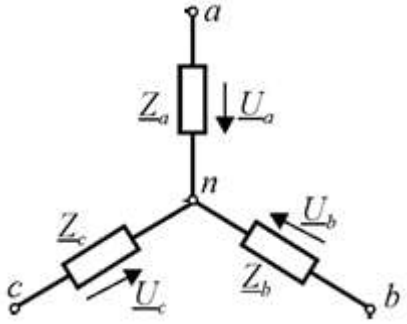


Рис. 104

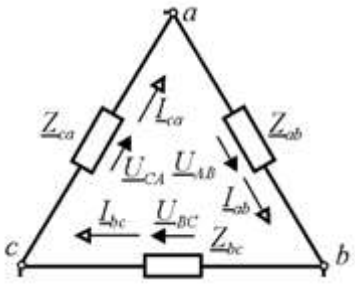


Рис. 105

Таким образом, можно получить следующие виды трехфазных цепей: звезда-звезда, звезда-треугольник, треугольник-звезда, треугольник-треугольник. *Обозначения, которые будем использовать для источников при соединении звездой*: источники ЭДС $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ соединены *концами фаз (X,Y,Z).* Точка их соединения называется *нейтралью* и обозначается символом N (все обозначения, относящиеся к источникам, обычно делают с использованием заглавных букв). *Начала фаз* обозначаются *A, B, C*. *Фазные напряжения* генератора обозначаются $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и направлены противоположно ЭДС. При соединении треугольником источники соединяют последовательно, начало одной фазы к концу другой и т.д. *Обозначения, которые будем использовать для приемников при соединении в звезду:* фазы нагрузки также соединены концами (x,y,z) и образуют нейтральную точку n (все обозначения, относящиеся к приемникам, делают с использованием строчных букв). Сопротивления нагрузки обозначаются $\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$.

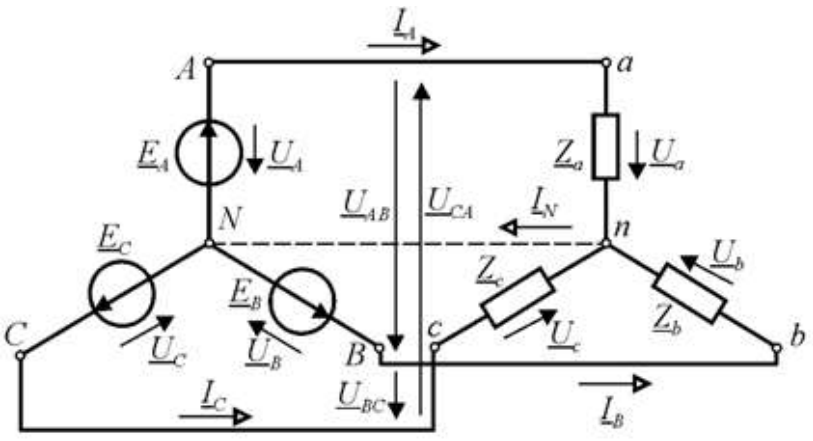


Рис. 106

В нагрузке протекает фазный ток ($\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$), напряжение на нагрузке называется фазным ($\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$). К началам фаз нагрузки (a,b,c) подключены *линейные провода* – провода, которыми источники подключаются к нагрузке. По линейным проводам протекают линейные токи: $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$. Если нейтральные точки источника и приемника (N, n) соединены между собой *нейтральным (нулевым)* проводом, то такая система называется *четырехпроводной,* если не соединены – *трехпроводной.* Если нагрузка во всех трех фазах одинаковая, то ее называют *симметричной,* если разная – *несимметричной*.

Обозначения, которые будем использовать для приемников при соединении в треугольник: фазы нагрузки соединены «начало – к концу». При соединении нагрузки треугольником используются двойные индексы: сопротивления нагрузки обозначаются $\dot{Z}_{ab}, \dot{Z}_{bc}, \dot{Z}_{ca}$. В нагрузке протекают фазные токи ($\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}$), напряжения называются фазными ($\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$). Нагрузка также может быть как *симметричной,* так и *несимметричной*.

При соединении источников как звездой, так и треугольником, система ЭДС симметрична, поскольку, как правило, ее получают с помощью трехфазного генератора. Равенство ЭДС обеспечивается идентичностью конструктивных параметров статорных обмоток генератора, а фазовое смещение – смещением их в пространстве. Частота и амплитуда ЭДС определяется частотой вращения ротора ω, которая в промышленных генераторах поддерживается постоянной и равной 50 Гц.

Симметричная система ЭДС.

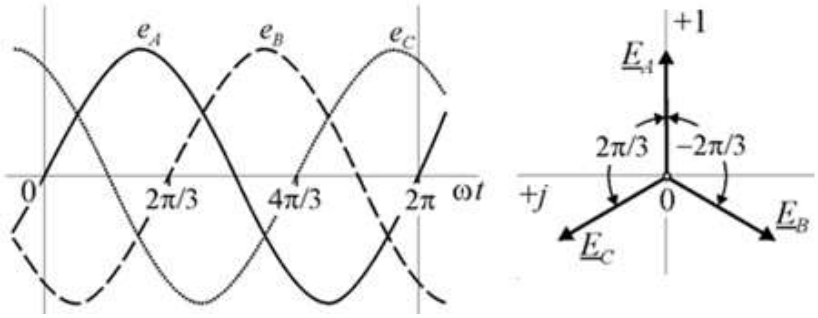


Рис. 107

<u>Прямой порядок следования фаз:</u>

$$e_A = E_m \sin \omega t\,;\; e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3);$$
$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$
$$\dot{E}_A = Ee^{j0} = E(1 + j0); \dot{E}_B = Ee^{-j2\pi/3} = E(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})$$
$$\dot{E}_C = Ee^{-j4\pi/3} = Ee^{j2\pi/3} = E(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})$$

<u>Обратный порядок следования фаз:</u>

$$e_A = E_m \sin \omega t\,;\; e_B = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3);$$
$$e_C = E_m \sin(\omega t + 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$
$$\dot{E}_A = Ee^{j0} = E(1 + j0); \dot{E}_B = Ee^{j2\pi/3} = E(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})$$
$$\dot{E}_C = Ee^{j4\pi/3} = Ee^{-j2\pi/3} = E(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})$$

Свойство симметрии трехфазной системы ЭДС:

$$e_A + e_B + e_C = 0$$
$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

Свойство симметрии трехфазной системы токов:

$$i_A + i_B + i_C = 0$$
$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Схема звезда-звезда. Со стороны генератора справедливы соотношения: $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$; $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$; $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$

$$U_A = U_B = U_C = U_\text{Ф}$$
$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\text{л} = \sqrt{3}U_\text{Ф}$$

Со стороны нагрузки, **при наличии нулевого провода (четырехпроводная схема)**, справедливы соотношения:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a;\; \dot{U}_B = \dot{U}_b;\; \dot{U}_C = \dot{U}_c$$
$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_N$$
$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_A}{\dot{Z}_a};\; \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_B}{\dot{Z}_b};\; \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_C}{\dot{Z}_c}$$

Если нагрузка симметричная $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c = Z_\text{ф}e^{j\varphi}$, то $\dot{I}_N = 0$, $\boxed{U_\text{л} = \sqrt{3}U_\text{ф}}$.

Свойства: при соединении фаз нагрузки звездой с нулевым проводом *фазы независимы*. Изменение нагрузки одной из фаз приводит к изменению тока в ней и в нейтральном проводе (то есть, если соседние квартиры подключены к разным фазам, то, что бы ни подключал сосед (хоть токарный станок), у старушки за стеной свет не меркнет).

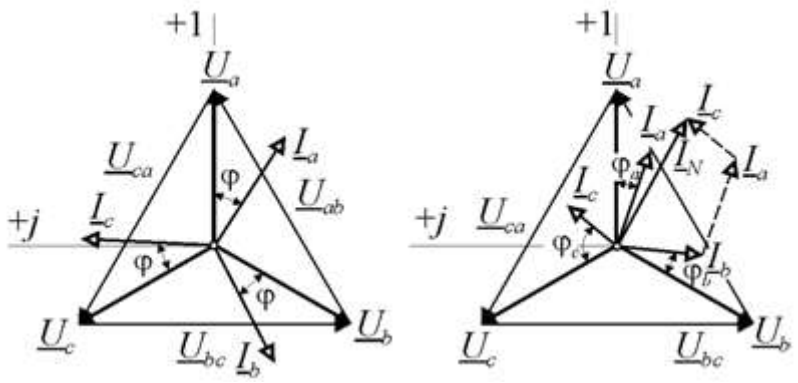


Рис. 108

При отсутствии нулевого провода (трехпроводная схема):

$$i_A + i_B + i_C = 0$$
$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Если нагрузка симметрична, то $\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\dot{Z}_ф} = \frac{U_ф e^{j0}}{Z_ф e^{j\varphi}} = I_ф e^{-j\varphi}$, $\boxed{U_л = \sqrt{3}U_ф}$, $\dot{U}_{Nn} = 0$

Отсутствие симметрии нагрузки нарушает симметрию фазных токов и напряжений, в то время как *фазные и линейные напряжения генератора остаются симметричными*. В результате этого изменяется потенциал нейтральной точки *n* и между нейтралями генератора и нагрузки возникает разность потенциалов $\underline{U}_{Nn}$, называемая напряжением *смещения нейтрали*:

$$\dot{U}_{Nn} = \frac{\dot{U}_A\dot{Y}_a + \dot{U}_B\dot{Y}_b + \dot{U}_C\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c}$$

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{Nn};\ \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{Nn};\ \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}$$
$$\dot{I}_a = \dot{U}_A\dot{Y}_a;\ \dot{I}_b = \dot{U}_B\dot{Y}_b;\ \dot{I}_c = \dot{U}_C\dot{Y}_c$$

Здесь $\dot{Y}_a, \dot{Y}_b, \dot{Y}_c$ – проводимости фаз нагрузки.

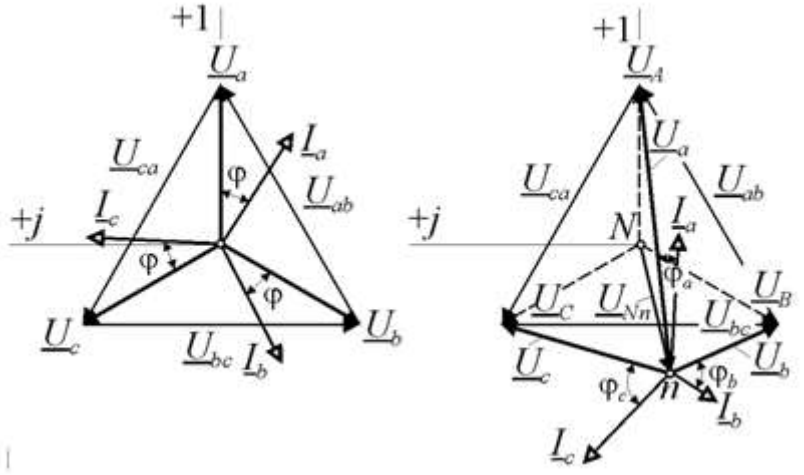


Рис. 109

Свойства: при соединении фаз нагрузки звездой без нулевого провода *фазы взаимозависимы*. Изменение нагрузки одной из фаз приводит к появлению напряжения смещения нейтрали, а следовательно, изменению фазных

напряжений и токов других фаз (то есть, если соседние квартиры подключены к разным фазам и произойдет обрыв нулевого провода, то в некоторых квартирах напряжение будет пониженным (у старушки за стеной свет померкнет), а в других – повышенным (у работающих приборов (токарный станок упомянутого соседа) и приборов в ждущем режиме может сгореть блок питания). Звездой без нулевого провода соединяют заведомо симметричную нагрузку.

Схема звезда-треугольник.

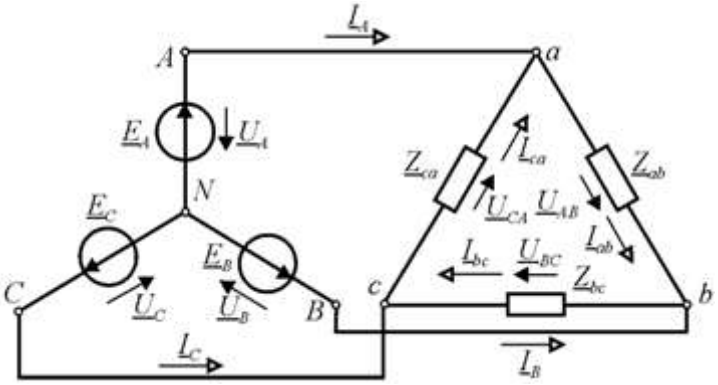


Рис. 110

При этом способе соединения фазное напряжение нагрузки равно линейному:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab};\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc};\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca}$$

Токи можно определить по закону Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\dot{Z}_{ab}};\ \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\dot{Z}_{bc}};\ \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{Z}_{ca}}$$

Линейные токи равны разностям фазных: $\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca};\ \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab};\ \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$. Если нагрузка равномерная, $\dot{Z}_{ab} = \dot{Z}_{bc} = \dot{Z}_{ca} = \dot{Z}_{\text{ф}} = Z_{\text{ф}} e^{j\varphi}$, то $\boxed{I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}\sqrt{3}}$

Свойства: при соединении фаз нагрузки треугольником *фазы независимы*. Изменение нагрузки одной из фаз приводит к изменению тока в этой фазе и тока соответствующего линейного провода, который может быть как больше, так и меньше фазных токов.

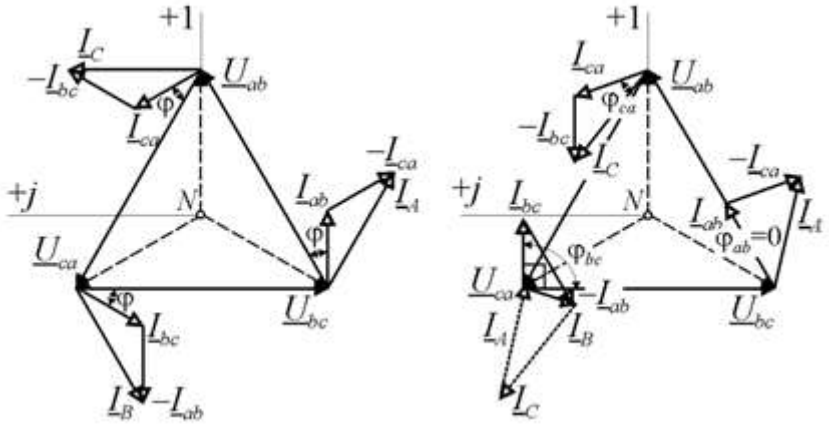


Рис. 111

Схема Нагрузка			
Равномерная $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b = \dot{Z}_c$ $\dot{Z}_{ab} = \dot{Z}_{bc} = \dot{Z}_{ca}$	$U_л = \sqrt{3}U_ф$ $I_л = I_ф$ $\dot{U}_{Nn} = 0$	$U_л = \sqrt{3}U_ф$ $I_л = I_ф$ $\dot{I}_N = 0$	$I_л = I_ф\sqrt{3}$ $U_л = U_ф$
Неравномерная $\dot{Z}_a \neq \dot{Z}_b \neq \dot{Z}_c$ $\dot{Z}_{ab} \neq \dot{Z}_{bc} \neq \dot{Z}_{ca}$	$I_л = I_ф$ $\dot{U}_{Nn} \neq 0$	$I_л = I_ф$ $\dot{I}_N \neq 0$	$U_л = U_ф$

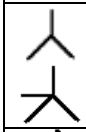
Как работать с векторными диаграммами.

1. *Как определить вид соединения нагрузки – звезда или треугольник?* По наличию векторов фазных и линейных напряжений – если какие-то отсутствуют - нагрузка соединена треугольником (линейные и фазные напряжения тогда – одно и то же). По индексам – как правило, если нагрузка соединена треугольником, то используют двойные, а если звездой - одинарные.
2. *Как определить, равномерная ли нагрузка?* Сразу поискать вектора $\dot{I}_N$, $\dot{U}_{Nn}$ - если они присутствуют – нагрузка **неравномерная**.
3. *Как определить нагрузку в конкретной фазе?* Найти вектора тока и напряжения этой фазы. Как правило, они построены из одной точки. Поместить в эту точку мысленно начало координат комплексной плоскости, посмотреть, какой из этих двух векторов опережает другой (вращение **против часовой** стрелки). Определить нагрузку по таблице:

Угол	Нагрузка	Опережающий вектор
$\varphi = -90°$	C	ток
$-90° < \varphi < 0°$	RC	ток
$\varphi = 0°$	R	совпадают
$0° < \varphi < 90°$	RL	напряжение
$\varphi = 90°$	L	напряжение

Мощность трехфазной цепи.

Полную мощность трехфазной цепи **нельзя определить сложением** полных мощностей фаз: $S \neq S_a + S_b + S_c$; $S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$, а только из треугольника мощностей: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Равномерная нагрузка	
	$P = 3P_ф = \sqrt{3}U_л I_л cos\varphi_ф = 3U_ф I_ф cos\varphi_ф = 3R_ф I_ф^2 = \frac{3U_ф^2}{R_ф} = \frac{U_л^2}{R_ф}$ $Q = 3Q_ф = \sqrt{3}U_л I_л sin\varphi_ф = 3U_ф I_ф sin\varphi_ф = 3X_ф I_ф^2 = \frac{3U_ф^2}{X_ф} = \frac{U_л^2}{X_ф}$
	$S = \sqrt{3}U_л I_л = 3U_ф I_л$
	$S = \sqrt{3}U_л I_л = 3U_л I_ф$
Неравномерная нагрузка	
	$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a cos\varphi_a + U_b I_b cos\varphi_b + U_c I_c cos\varphi_c$ $Q = Q_a + Q_b + Q_c = U_a I_a sin\varphi_a + U_b I_b sin\varphi_b + U_c I_c sin\varphi_c$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\dot{S} = (P_a + P_b + P_c) + j(Q_a + Q_b + Q_c)$

	$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = U_{ab} I_{ab} cos\varphi_{ab} + U_{bc} I_{bc} cos\varphi_{bc} + U_{ca} I_{ca} cos\varphi_{ca}$ $Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = U_{ab} I_{ab} sin\varphi_{ab} + U_{bc} I_{bc} sin\varphi_{bc} + U_{ca} I_{ca} sin\varphi_{ca}$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\dot{S} = (P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}) + j(Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca})$

Обрыв фазы.

В схемах, где фазы независимы (треугольник, четырехпроводная звезда) обрыв одной из фаз не сказывается на работе остальных. В звезде изменится ток нулевого провода, в треугольнике – токи линейных проводов, связанных с оборванной фазой. В линейном проводе, не связанном с оборванной фазой, ток не изменится. В трехпроводной звезде обрыв приведет к тому, что нагрузки двух оставшихся фаз будут подключены *последовательно* к линейному напряжению (см. рисунок 112):

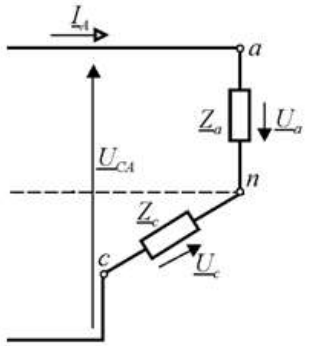


Рис. 112

Обрыв фазы	
	Изменится ток нулевого провода, в двух оставшихся фазах изменений нет

	Нагрузки оставшихся фаз включены последовательно к одному линейному напряжению, ток в них один, напряжения распределяются пропорционально сопротивлениям.
	Изменятся токи линейных проводов, связанных с оборванной фазой.

Короткое замыкание фазы.

В схемах треугольник и трехпроводная звезда короткое замыкание одной из фаз не вызывает аварии (частный случай неравномерной нагрузки). Напряжение на замкнутой фазе равно нулю, напряжения двух других фаз равны линейным напряжениям, тогда понятно, что и токи этих фаз увеличатся в $\sqrt{3}$ раз.

Короткое замыкание фазы	
	Авария
	Напряжение короткозамкнутой фазы нулевое, ток в ней в три раза больше против нормального, напряжения других фаз становятся равными линейным (увеличатся в $\sqrt{3}$ раз), токи больше в $\sqrt{3}$ раз.
	Изменятся токи линейных проводов, связанных с короткозамкнутой фазой.

Обрыв линейного провода	
	Аналогично обрыву фазы
	Аналогично обрыву фазы
	Система становится однофазной: фазы, подключенные к оборванному проводу, оказываются включенными последовательно к линейному напряжению. Третья фаза, не связанная с оборванным проводом, включена параллельно им, ток и напряжение в ней не изменяются.

Пример 1.

Симметричный трехфазный приемник из активных и индуктивных сопротивлений $r = 6$ Ом, $x = 8$ Ом, соединен звездой и включен в сеть синусоидального тока с линейным напряжением 380 В. Сопротивления линейных проводов равны $z_{\text{пр}} = 3 + 4j$ Ом. Определить значения линейных токов.

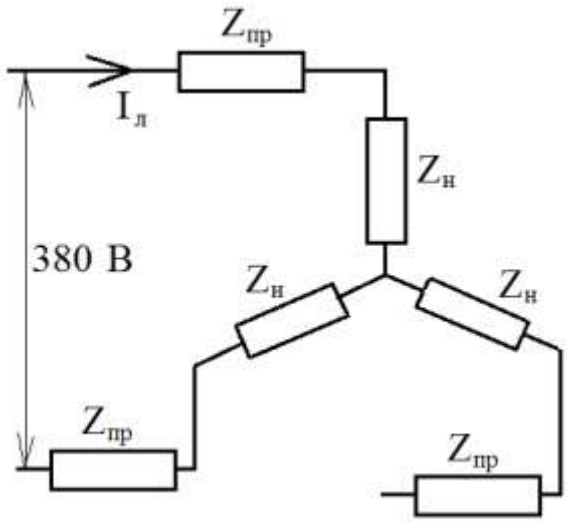


Рис. 113

Решение:

Определить фазное напряжение можем, поскольку нагрузка симметричная, по формуле:

$U_ф = \frac{U_л}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В.

Поскольку при соединении звездой сопротивления проводов включены последовательно с сопротивлениями фаз, то их можно сложить:

$$\dot{z}_{общ} = \dot{z}_н + \dot{z}_{пр} = 6 + j8 + 3 + 4j = 9 + 12j$$

$$\dot{z}_{общ} = \sqrt{9^2 + 12^2} e^{jarctg\frac{12}{9}} = 15e^{j53°}$$

$$z_{общ} = 15$$

В данном случае линейный ток является и фазным, а напряжение смещения нейтрали равно нулю (симметричная нагрузка), поэтому:

$$i_л = i_ф = \frac{U_ф}{z_{общ}} = \frac{220}{15} = 14.67 \text{ А}$$

Пример 2.

Сопротивления фаз трехфазного приемника соединены звездой: $z_a = -12j$ Ом, $z_b = 6 - 6j$ Ом, $z_c = 12$ Ом. Приемник подключен к симметричному генератору, фазы которого тоже соединены звездой, а линейные ЭДС равны 380 В. Определить значение силы тока фазы С при обрыве фазы В приемника.

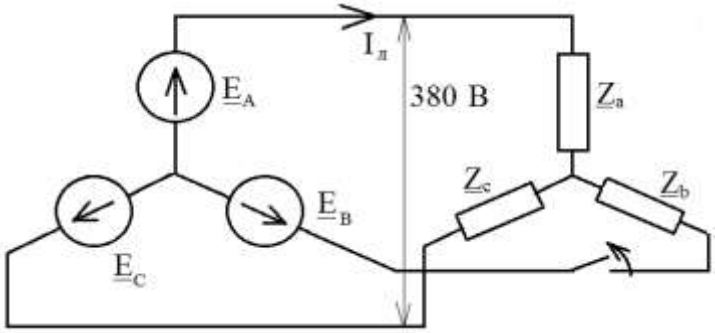


Рис. 114

Решение:

При отсутствии нулевого провода и обрыве фазы В сопротивления фаз А и С оказываются соединены последовательно и подключены к линейному напряжению $\dot{U}_{CA}$, токи этих фаз также равны:

$$\dot{I}_л = \dot{I}_ф = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{z}_а + \dot{z}_с} = \frac{220(-1.5 + j0.866)}{12 - 12j}$$

Определим линейное напряжение:

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = 220e^{j120°} - 220e^{j0°} = 220(cos\,120° + jsin120° - 1) = 220(-0.5 + j0.866 - 1) = 220(-1.5 + j0.866)$$

$$\dot{I}_ф = \frac{220(-1.5 + j0.866)(12 + 12j)}{(12 - 12j)(12 + 12j)} = \frac{2640(-1.5 + j0.866)(1 + 1j)}{12^2 + 12^2}$$

$$\dot{I}_ф = 9.17(-1.5 - j1.5 + j0.866 - 0.866) = 9.17(-2.37 - j0.63) = -21.73 - j5.81$$

$$\dot{I}_{\text{ф}} = \sqrt{(-21.73)^2 + (-5.81)^2} e^{jarctg\frac{-5.81}{-21.73}} = 22.5e^{j195°}$$

Пример 3.

В трехфазной симметричной системе при соединении фаз генератора и приемника звездой без нулевого провода замкнули накоротко фазу А. Как при этом изменятся напряжения на фазах В и С?

Решение: при коротком замыкании фазы А оставшиеся фазы оказываются подключены к линейному напряжению, которое больше фазного в $\sqrt{3}$ раз.

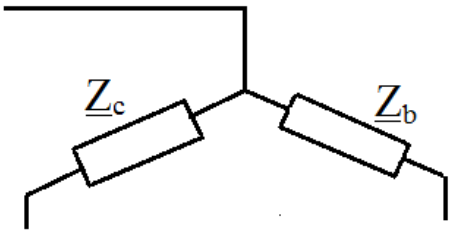


Рис. 115

Пример 4.

Три активных сопротивления 10 Ом, 20 Ом и 30 Ом соединены звездой без нулевого провода и включены в трехфазную сеть с линейным напряжением 120 В. Определить напряжения на фазах нагрузки.

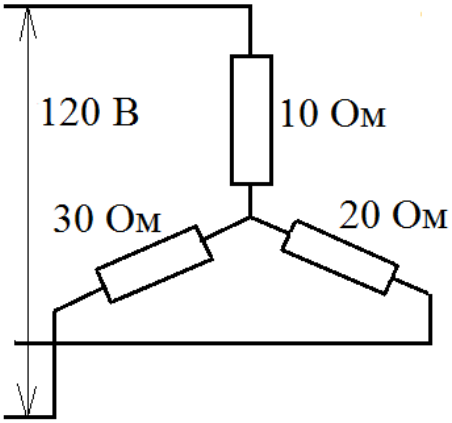


Рис. 116

Решение: Напряжение на какой-либо фазе можно определить в этой схеме, только зная напряжение смещения нейтрали, так как нагрузка неравномерная.

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A\dot{Y}_a + \dot{U}_B\dot{Y}_b + \dot{U}_C\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c}$$

$\dot{Y}_a = 0.1$ См, $\dot{Y}_b = 0.05$ См, $\dot{Y}_c = 0.033$ См

$$\dot{U}_{nN} = \frac{120e^{j0°} * 0.1 + 120e^{-j120°} * 0.05 + 120e^{j120°} * 0.033}{0.1 + 0.05 + 0.033}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{12 + 6e^{-j120°} + 4e^{j120°}}{0.1533} = \frac{12 + 6(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}) + 4(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})}{0.1533}$$

$$= \frac{7 - j\sqrt{3}}{0.1533} = 45.7 - 11.3j$$

Теперь можно определить фазные напряжения:

$$\dot{U}_{\text{a}} = \dot{U}_{\text{A}} - \dot{U}_{nN} = 120 - (45.7 - 11.3j) = 74.3 + 11.3j$$

$$\dot{U}_{\text{a}} = \sqrt{(74.3)^2 + (11.3)^2} e^{jarctg\frac{11.3}{74.3}} = 80e^{j8.6°}$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = 120\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (45.7 - 11.3j) = -105.7 - 92.5j$$

$$\dot{U}_b = \sqrt{(-105.7)^2 + (-92.5)^2} e^{jarctg\frac{-92.5}{-105.7}} = 140e^{j221.2°}$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = 120\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (45.7 - 11.3j) = -105.7 + 115.1j$$

$$\dot{U}_c = \sqrt{(-105.7)^2 + (-115.1)^2}\, e^{j arctg \frac{-115.1}{-105.7}} = 156.3 e^{j132.6°}$$

Пример 5.

Три приемника с сопротивлениями $z_a = 6 + 8j$ Ом, $z_b = -20j$ Ом, $z_c = 10$ Ом соединены звездой с нулевым проводом и питаются от генератора с фазным напряжением 100 В. Чему равно значение силы тока в нулевом проводе?

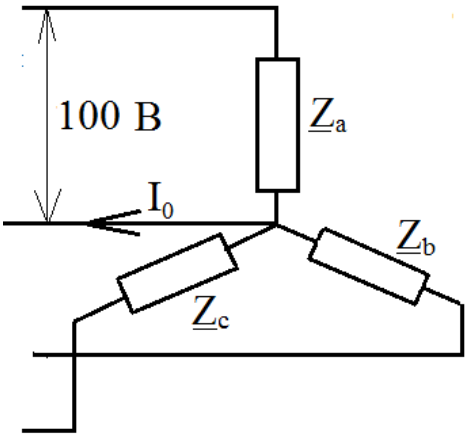


Рис. 117

Решение. Нулевой ток равен сумме фазных токов, поэтому определим фазные токи (в схеме с нулевым проводом фазы независимы):

$$\dot{z}_a = 6 + 8j = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}\, e^{j arctg \frac{8}{6}} = 10 e^{j51°}$$

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_A}{\dot{z}_a} = \frac{100 e^{j0°}}{10 e^{j51°}} = 10 e^{-j51°}$$

$$\dot{z}_b = -20j = \sqrt{(0)^2 + (-20)^2}\, e^{j arctg \frac{-20}{0}} = 20 e^{-j90°}$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_B}{\dot{z}_b} = \frac{100 e^{-j120°}}{20 e^{-j90°}} = 5 e^{-j30°}$$

$$\dot{z}_b = 10 = \sqrt{(10)^2 + (0)^2}\, e^{j arctg \frac{0}{10}} = 10 e^{j0°}$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_C}{\dot{z}_c} = \frac{100 e^{j120°}}{10 e^{j0°}} = 10 e^{j120°}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c &= 10 e^{-j51°} + 5 e^{-j30°} + 10 e^{j120°} \\ &= 10(cos51° - jsin51°) + 5(cos30° - jsin30°) \\ &+ 10(cos120° + jsin120°) \\ &= 10(0.6 - j0.8) + 5(0.866 - j0.5) + 10(-0.5 + j0.866) \\ &= 5.33 - 1.84j\end{aligned}$$

$$I_0 = \sqrt{(5.33)^2 + (1.84)^2} = 5.63 \text{ А}$$

Пример 6.

Действующее значение ЭДС в каждой обмотке симметричного трехфазного генератора равно 230 В. Определить линейные напряжения при соединении обмоток звездой и неправильном подключении фазы С (перепутаны концы).

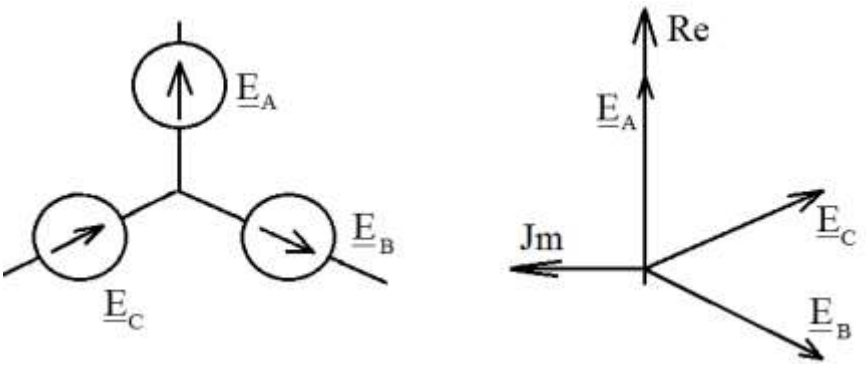


Рис. 118

Решение: Запишем фазные напряжения.

$$\dot{U}_{\mathrm{A}} = 230e^{j0^\circ}$$
$$\dot{U}_B = 230e^{-j120^\circ}$$
$$\dot{U}_C = 230e^{-j60^\circ}$$

Тогда линейные напряжения будут равны:

$$\dot{U}_{\mathrm{A}B} = \dot{U}_{\mathrm{A}} - \dot{U}_B = 230e^{j0^\circ} - 230e^{-j120^\circ} = 230(1 + 0.5 + 0.866j)$$
$$= 345 + 200j$$
$$U_{AB} = \sqrt{(345)^2 + (200)^2} = 400\ B$$
$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = 230e^{-j120^\circ} - 230e^{-j60^\circ}$$
$$= 230(-0.5 - 0.866j - 0.5 + 0.866j) = -230\ B$$
$$U_{BC} = 230\ B$$
$$\dot{U}_{C\mathrm{A}} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = 230e^{-j60^\circ} - 230e^{j0^\circ} = 230(0.5 - 0.866j - 1) = 115 - j200$$
$$U_{AB} = \sqrt{(115)^2 + (200)^2} = 230\ B$$

Пример 7.

В четырехпроводной трехфазной линии электрические лампы мощностью 60 Вт включены в две фазы между линейным и нейтральным проводами. Определить значение силы тока в нейтральном проводе, если фазное напряжение генератора равно 120 В.

Решение: Поскольку фаза С не работает, то ток нейтрального провода будет равен сумме токов фаз А и В: $\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b$. Определим ток в фазе А. Лампа – активная нагрузка, поэтому ее мощность – это произведение действующего значения тока на действующее значение напряжения. Тогда:

$$P = UI;\ \ I = \frac{P}{U} = \frac{60}{120} = 0.5\ A$$

I - действующее значение тока. Вектор тока направлен согласно с вектором напряжения: $\dot{I}_a = 0.5e^{j0^\circ}$. Ток фазы В также сонаправлен с вектором фазного напряжения и равен по величине току фазы А: $\dot{I}_b = 0.5e^{-j120^\circ}$. Определим теперь ток нулевого провода:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b = 0.5e^{j0^\circ} + 0.5e^{-j120^\circ}$$
$$= 0.5(\cos 0^\circ + jsin\, 0^\circ) + 0.5(\cos(-120^\circ) + jsin(-120^\circ))$$
$$= 0.5 + 0.5(-0.5 - j0.866) = 0.5 - 0.25 - j0.43 = 0.25 - j0.43$$
$$I_0 = \sqrt{(0.25)^2 + (-0.43)^2} = 0.497\ A$$

Пример 8.

В симметричной трехфазной цепи сопротивления $10 - j14$ нагрузки соединены звездой. Комплексное сопротивление каждого из проводов линии равно $1 - j2$ Ом. Линейное напряжение на зажимах генератора равно 100 В. Чему равно фазное напряжение на нагрузке?

Решение: Определим фазное напряжение генератора: $U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} = 57.8$ В. По второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{\text{Ф}} = \dot{U}_{00} + \dot{U}_{\text{пр}} + \dot{U}_{\text{н}} = \dot{U}_{00} + \dot{I}_{\text{л}}\dot{z}_{\text{пр}} + \dot{I}_{\text{ф}}\dot{z}_{\text{н}}$$

Напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_{00}$ будет равно нулю (нагрузка симметричная), фазный и линейный токи – это один и тот же ток (соединение звездой). Поэтому уравнение можно переписать так: $\dot{U}_{\text{Ф}} = \dot{I}_{\text{л}}(\dot{z}_{\text{пр}} + \dot{z}_{\text{н}})$. Отсюда

$$\dot{I}_{\text{л}} = \frac{\dot{U}_{\text{Ф}}}{(\dot{z}_{\text{пр}} + \dot{z}_{\text{н}})} = \frac{57.8}{10 - j14 + 1 - j2} = \frac{57.8}{11 - j16} = \frac{57.8}{\sqrt{121 + 256}} = \frac{57.8}{19.41} = 3\ A$$

Такой линейный ток создаст падение напряжения на проводах, равное:

$$z_{\text{пр}} = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2.23$$

$$U_{\text{пр}} = I_{\text{л}} z_{\text{пр}} = 3 * 2.23 = 6.71\ B$$

Тогда $U_{\text{н}} = U_{\text{Ф}} - U_{00} - U_{\text{пр}} = U_{\text{Ф}} - U_{\text{пр}} = 57.8 - 6.71 = 51.09\ B$

Пример 9.

Три одинаковых приемника соединены звездой и питаются через линию передачи от трехфазного генератора с линейным напряжением 380 В. Определить линейные напряжения на приемниках, если сопротивления фаз приемника равны $\dot{z}_{\text{пр}} = 27 + j36$ Ом, а сопротивление каждого из проводов линии передачи $3 + j4$ Ом.

Решение: Задача аналогична предыдущей.

Определим фазное напряжение генератора: $U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В. По второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{\text{Ф}} = \dot{U}_{00} + \dot{U}_{\text{пр}} + \dot{U}_{\text{н}} = \dot{U}_{00} + \dot{I}_{\text{л}}\dot{z}_{\text{пр}} + \dot{I}_{\text{ф}}\dot{z}_{\text{н}}$$

$$\dot{U}_{\text{Ф}} = \dot{I}_{\text{л}}(\dot{z}_{\text{пр}} + \dot{z}_{\text{н}})$$

$$\dot{z}_{\text{общ}} = \dot{z}_{\text{пр}} + \dot{z}_{\text{н}} = 27 + j36 + 3 + j4 = 30 + j40$$

$$z_{\text{общ}} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$$

Отсюда

$$I_{\text{л}} = \frac{U_{\text{ф}}}{z_{\text{общ}}} = \frac{220}{50} = 4.4\ A$$

Такой линейный ток создаст падение напряжения на проводах, равное:

$$U_{\text{пр}} = I_{\text{л}} z_{\text{пр}} = 4.4\sqrt{3^2 + 4^2} = 4.4 * 5 = 22\ B$$

Тогда $U_{\text{н}} = U_{\text{Ф}} - U_{00} - U_{\text{пр}} = U_{\text{Ф}} - U_{\text{пр}} = 220 - 22 = 198\ B$

Найдем линейное напряжение на симметричной нагрузке: $U_{\text{Н}} = U_{\text{н}}\sqrt{3} = 342.5\ B$

Пример 10.

Трехфазный приемник, сопротивления фаз которого $z_a = 8 + j4$, $z_b = 8 - j4$, $z_c = 6$ Ом, соединен звездой и подключен к симметричному генератору с

ЭДС фазы 127 В. Определить значение силы тока фазы А приемника, которая закорачивается.

Решение: Поскольку нагрузка несимметричная и система трехпроводная, то наличествует напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{00} = \frac{\dot{U}_A\dot{Y}_a + \dot{U}_B\dot{Y}_b + \dot{U}_C\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c}$$

Определим проводимости:

$$\dot{Y}_a = \frac{1}{\dot{z}_a} = \frac{1}{8+j4} = \frac{8-j4}{(8+j4)(8-j4)} = \frac{8-j4}{64+16} = 0.1 - j0.05$$

$$\dot{Y}_b = \frac{1}{\dot{z}_b} = \frac{1}{8-j4} = \frac{8+j4}{(8-j4)(8+j4)} = \frac{8+j4}{64+16} = 0.1 + j0.05$$

$$\dot{Y}_c = \frac{1}{\dot{z}_c} = \frac{1}{6} = 0.167$$

Найдем напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{00} = \frac{127(0.1 - j0.05) + 127e^{-j120}(0.1 + j0.05) + 127e^{j120}(0.167)}{0.1 - j0.05 + 0.1 + j0.05 + 0.167}$$

$$\dot{U}_{00} = \frac{127(0.1-j0.05)+127(-0.5-j0.866)(0.1+j0.05)+127(-0.5+j0.866)(0.167)}{0.367}$$

$$\dot{U}_{00} = -6.35 - j143.2$$

Определим фазные напряжения фаз В и С, так как фаза А закорачивается и напряжение на ней нулевое:

$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{00} = 127(-0.5 - j0.866) - (-6.35 - j143.2) = -57.15 + j33.2$

$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{00} = 127(-0.5 + j0.866) - (-6.35 - j143.2) = -57.15 + j253.2$

Определим фазные токи:

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\dot{z}_b} = \frac{-57.15 + j33.2}{8 - j4} = -7.38 + j0.463$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\dot{z}_c} = \frac{-57.15 + j253.2}{8 + j4} = -9.52 + j42.2$$

По первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

$$\dot{I}_a = -\dot{I}_b - \dot{I}_c = 16.9 - j42.6$$

$$I_a = \sqrt{16.9^2 + (-42.6)^2} = 45.8\ A$$

Пример 11.

Индуктивное, емкостное и активное сопротивления соединены треугольником и включены в трехфазную сеть. Определить значения линейных токов, если все значения фазных токов одинаковы и равны 2 А.

Решение. Пусть в фазу АВ включено индуктивное, в фазу ВС емкостное, а в фазу СА – активное сопротивление.

Определить линейные токи можно как геометрически, так и с помощью расчета.

Сначала рассчитаем токи. Для этого запишем линейные (в треугольнике – они же фазные) напряжения: $\dot{U}_{ab} = U_m e^{j30°}, \dot{U}_{bc} = U_m e^{-j90°}, \dot{U}_{ca} = U_m e^{j150°}$. Ток в каждой из ветвей будет иметь фазу в соответствии с нагрузкой: в фазе АВ (индуктивность) – отставать от напряжения на 90°, в фазе ВС (емкость) – опережать напряжение на 90°, в фае СА (активное сопротивление) – совпадать по фазе с напряжением. Таким образом, фазные токи будут: $\dot{I}_{ab} = 2e^{-j60°}$, $\dot{I}_{bc} = 2e^{j0°}$, $\dot{I}_{ca} = 2e^{j150°}$

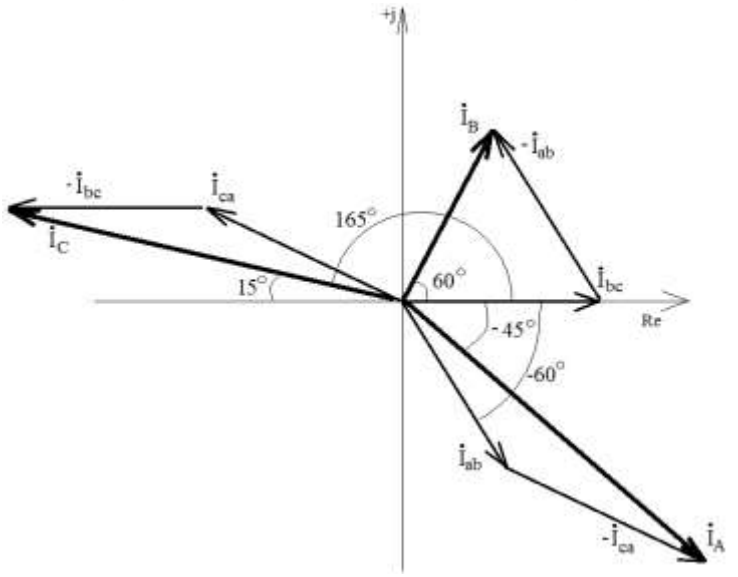
Осталось определить линейные токи, зная, что:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$$
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$$
$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

Тогда:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 2e^{-j60°} - 2e^{j150°}$$
$$= 2(\cos 60° - jsin\,60°) - 2(\cos 150° + jsin150°)$$
$$= 2(0.5 - j0.866) - 2(-0.866 + j0.5) = 2.73 - j2.73$$
$$I_A = \sqrt{2(2.73)^2} = 3.86\ A$$
$$\dot{I}_A = 3.86e^{-j45°}$$
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 2e^{j0°} - 2e^{-j60°} =$$
$$= 2(\cos 0° + jsin\,0°) - 2(\cos 60° - jsin60°)$$
$$= 2 - 2(0.5 - j0.866) = 1 + j1.73$$
$$I_B = \sqrt{1 + (1.73)^2} = 2\ A$$
$$\dot{I}_B = 2e^{j60°}$$
$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 2e^{j150°} - 2e^{j0°} =$$
$$= 2(\cos 150° + jsin\,150°) - 2(\cos 0° + jsin0°)$$
$$= 2(-0.866 + j0.5) - 2 = -3.73 + j$$
$$I_C = \sqrt{(3.73)^2 + 1} = 3.86\ A$$
$$\dot{I}_C = 3.86e^{j165°}$$

Геометрический расчет: изобразим токи в фазах на векторной диаграмме, а затем произведем вычитание векторов фазных токов (см. рис. 119).



$$\dot{I}_B = 2e^{j60°}$$

$$I_A = 2 * 2cos15° = 4cos15°$$
$$I_A = 3.86$$

$$\dot{I}_A = 3.86e^{-j45°}$$

$$\dot{I}_C = 3.86e^{j165°}$$

Рис. 119

Пример 12.

Сопротивления Z_A=10∠- 90° Ом, Z_B=10∠0° Ом, Z_C=10∠60° Ом несимметричной трехфазной нагрузки соединены звездой с нулевым проводом. Линейные напряжения на нагрузке симметричны и равны 173 В. Чему равны активная, реактивная и полная мощности, потребляемые нагрузкой?

Решение. Активная мощность нагрузки будет складываться из активных мощностей отдельных фаз: $P = P_a + P_b + P_c$. Активные мощности фаз могут быть найдены по формуле: $P_ф = U_ф I_ф cos\ \varphi_ф$, где $U_ф$ и $I_ф$ - <u>действующие</u> значения фазного напряжения и тока. Тогда:

$$P_a = U_a I_a cos\ \varphi_a$$
$$P_b = U_b I_b cos\ \varphi_b$$
$$P_c = U_c I_c cos\ \varphi_c$$

Поскольку система четырехпроводная, то фазы независимы, следовательно, можем записать:

$$U_a = U_b = U_c = \frac{U_Л}{\sqrt{3}} = \frac{173}{1.73} = 100\ B$$

Тогда токи в фазах равны:

$$I_ф = \frac{U_ф}{Z_ф}$$

$$I_ф = \frac{U_a}{Z_A} = \frac{U_b}{Z_B} = \frac{U_c}{Z_C} = \frac{100}{10} = 10\ A$$

Тогда:

$$P_a = U_a I_a cos\ \varphi_a = 0$$
$$P_b = U_b I_b cos\ \varphi_b = U_b I_b = 100 * 10 * 1 = 1000\ \text{Вт}$$
$$P_c = U_c I_c cos\ \varphi_c = 100 * 10 * \frac{1}{2} = 500\ \text{Вт}$$

Получаем: $P = P_a + P_b + P_c = 0 + 1000 + 500 = 1500$ Вт

Аналогично, для реактивной мощности: $Q = Q_a + Q_b + Q_c$

Реактивные мощности фаз могут быть найдены по формуле: $P_ф = U_ф I_ф sin\ \varphi_ф$, тогда:

$$Q_a = U_a I_a sin\ \varphi_a = 100 * 10 * (-1) = -1000\ \text{ВАР}$$
$$Q_b = U_b I_b sin\ \varphi_b = 0\ \text{ВАР}$$
$$Q_c = U_c I_c sin\ \varphi_c = 100 * 10 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 865\ \text{ВАР}$$

Получаем: $Q = Q_a + Q_b + Q_c = -1000 + 865 = -135$ ВАР

Полную мощность определяем из треугольника мощностей:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1500^2 + 135^2} = 1506\ \text{ВА}$$

Пример 13.

Активное, индуктивное и емкостное сопротивления одинаковой величины соединены звездой и питаются от симметричного трехфазного генератора с нулевым проводом. Определить значение тока в нулевом проводе, если значение силы тока в активном сопротивлении 2 А.

Решение. Поскольку сопротивления одинаковы по величине, то и действующие значения сил токов фаз также одинаковы, только направлены по-разному: ток фазы А сонаправлен с напряжением (активная нагрузка), ток фазы В отстает от напряжения на 90° (индуктивное сопротивление), ток фазы С – опережает напряжение на 90° (емкостная нагрузка). Ток нулевого провода равен сумме фазных токов: $\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$. Изобразим токи на векторной диаграмме:

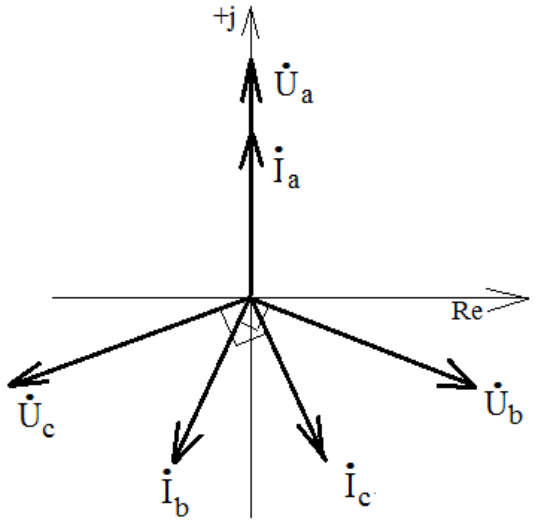


Рис. 120

Проекции токов $\dot{I}_b$ и $\dot{I}_c$ на действительную ось компенсируют друг друга, так как вектора симметричны относительно мнимой оси. Таким образом, определим проекции этих векторов на мнимую ось и сложим с током $\dot{I}_a$:

$$I_{b\,j} = I_{c\,j} = I_b * cos30° = 2 * \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$I_0 = I_a - I_b - I_c = 2 - 2\sqrt{3} = -1.46\ A$$

$$\dot{I}_0 = 1.46e^{-j90°}$$

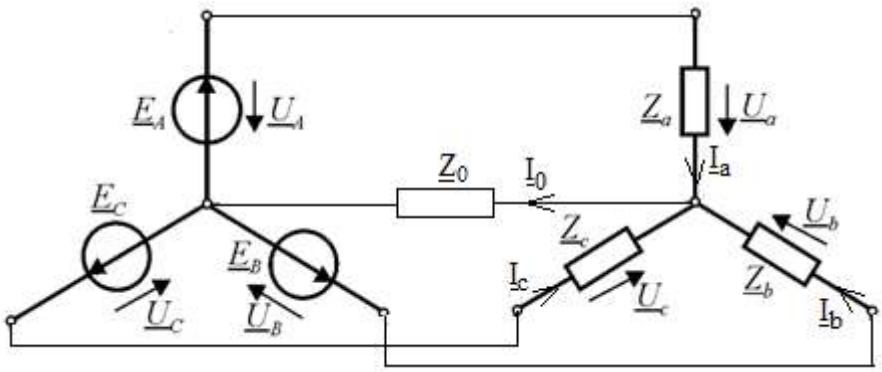
Пример 14.

Три приемника с сопротивлениями $z_a = 10(1 + j)$ Ом, $z_b = 20$ Ом, $z_c = -j20$ Ом соединены звездой с нулевым проводом и питаются от трехфазной сети с линейным напряжением 346 В. Чему равно значение силы тока в нулевом проводе, если его сопротивление равно $z_0 = 2.5$ Ом?

Решение. Поскольку фазы независимы в данном случае (наличие нулевого провода), то можем определить фазные напряжения:

$$U_ф = \frac{U_Л}{\sqrt{3}} = \frac{346}{1.73} = 200\ B$$

Изобразим схему и составим для нее уравнения по законам Кирхгофа:



$$\dot{I}_a\dot{z}_a + \dot{I}_0\dot{z}_0 = 200$$
$$\dot{I}_b\dot{z}_b + \dot{I}_0\dot{z}_0 = 200$$
$$\dot{I}_c\dot{z}_c + \dot{I}_0\dot{z}_0 = 200$$
$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_0$$

Рис. 121

Уравнения можно представить в матричном виде и решить матричное уравнение в каком-либо математическом пакете. В ответе получим все токи:

$$\dot{I}_a = 11.31e^{-j45°}$$
$$\dot{I}_b = 8e^{j0°}$$
$$\dot{I}_c = 8e^{j90°}$$
$$\dot{I}_0 = 16e^{j0°}$$

Пример 15.

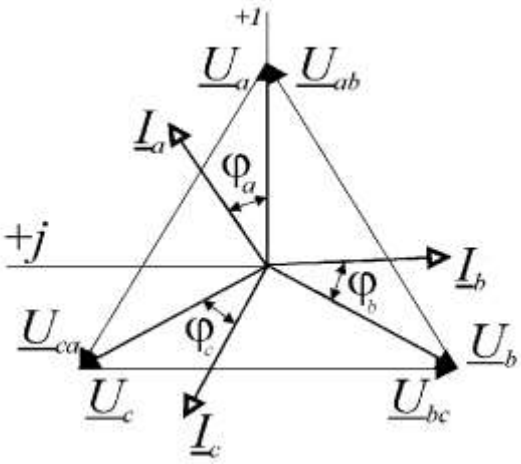


Рис. 122

Укажите виды нагрузки, которым соответствует эта векторная диаграмма.

Решение: на диаграмме присутствуют вектора фазных и линейных напряжений - $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$, поэтому нагрузка соединена звездой (при соединении треугольником присутствовали бы либо фазные, либо линейные). Вектора токов расположены симметрично относительно напряжений и равны по длине – значит, нагрузка симметричная. Также на симметричность нагрузки указывает отсутствие векторов нулевого тока и напряжения смещения нейтрали - $\dot{I}_0, \dot{U}_{00}$. Какая по характеру нагрузка включена в фазы можно определить по взаимному расположению векторов фазного тока и фазного напряжения: здесь ток опережает напряжение на острый угол – нагрузка RC.

Пример 16.

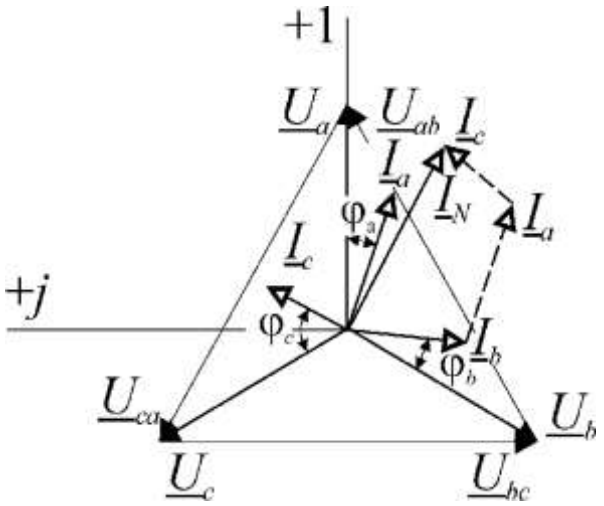


Рис. 123

Укажите виды нагрузки, которым соответствует эта векторная диаграмма (вид соединения и нагрузку в каждой из фаз).
Решение: на диаграмме присутствуют вектора фазных и линейных напряжений - $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$, поэтому нагрузка соединена звездой (при соединении треугольником присутствовали бы либо фазные, либо линейные). Вектора токов расположены несимметрично относительно напряжений и не равны по длине – значит, нагрузка несимметричная. Также на несимметричность нагрузки указывает присутствие вектора нулевого тока - $\dot{I}_N$. Какая по характеру нагрузка включена в фазы можно определить по взаимному расположению векторов фазного тока и фазного напряжения. Например, в фазах А и С вектор тока отстает от напряжения на острый угол – нагрузка активно-индуктивная, RL. В фазе В ток опережает напряжение на острый угол – нагрузка активно-емкостная, RC.

Пример 17.

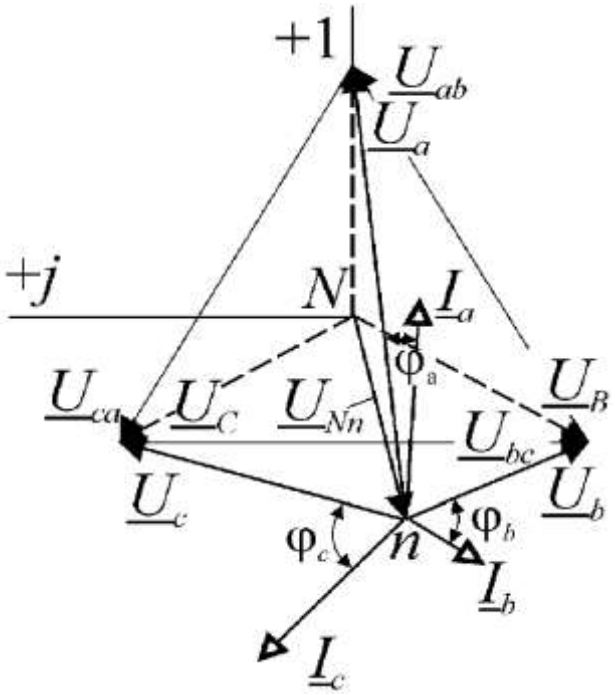


Рис. 124

Укажите виды нагрузки, которым соответствует эта векторная диаграмма (вид соединения и нагрузку в каждой из фаз).
Решение: на диаграмме присутствуют вектора фазных и линейных напряжений - $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$, поэтому нагрузка соединена звездой. Вектора токов расположены несимметрично относительно напряжений и не равны по длине – значит, нагрузка несимметричная. Также на несимметричность нагрузки указывает присутствие вектора напряжения смещения нейтрали - $\dot{U}_{Nn}$. Какая по характеру нагрузка включена в фазы можно определить по взаимному расположению векторов фазного тока и фазного напряжения. Например, в фазах А и В вектор тока отстает от напряжения на острый угол –

нагрузка активно-индуктивная, RL. В фазе С ток опережает напряжение на острый угол – нагрузка активно-емкостная, RC.