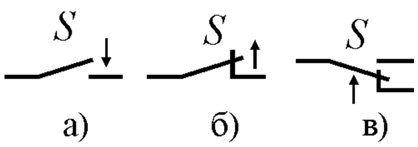
Переходные процессы «на ладони».

Вам уже известны методы расчета цепи, находящейся в установившемся режиме, то есть в таком, когда токи, как и падения напряжений на отдельных элементах, неизменны во времени. Однако иногда в цепи могут происходить электромагнитные процессы, связанные с изменением сопротивлений отдельных элементов, подключением или отключением источника питания, подключением/отключением дополнительных элементов и т.п. Мгновенное изменение схемы соединения или параметров элементов электрической цепи называется *коммутацией*. Для описания коммутации используют понятие идеального ключа или просто ключа. *Идеальный ключ* - это элемент электрической цепи, который может находиться в двух состояниях: нулевого и бесконечно большого активного сопротивления, и мгновенно менять своё состояние в заданный момент времени. Сопротивление реального технического устройства не может измениться мгновенно, но если время его изменения существенно меньше длительности последующего процесса, то можно считать коммутацию мгновенной. На схемах замещения ключ изображают в виде механического замыкающего, размыкающего или переключающего контакта, иногда стрелкой показывают направление его движения при коммутации. При анализе переходных процессов отсчёт



времени производят от момента коммутации $t = 0$ и вводят понятия момента времени, непосредственно предшествующего коммутации $t = 0_-$, и момента времени, непосредственно следующего за коммутацией $t = 0_+$.

Законы коммутации.

Из выражения для напряжения на индуктивном элементе цепи $u_L = L\frac{di_L}{dt}$ следует, что в случае скачкообразного изменения тока i_L напряжение u_L будет бесконечно большим ($\frac{di_L}{dt} = \infty$) и в контуре цепи с этим элементом не будет выполняться закон Кирхгофа. Отсюда следует, что ток в ветви с индуктивным элементом не может измениться скачкообразно и после коммутации сохраняет значение, которое было до коммутации. Этот вывод называется *первым законом коммутации* и математически записывается в виде:

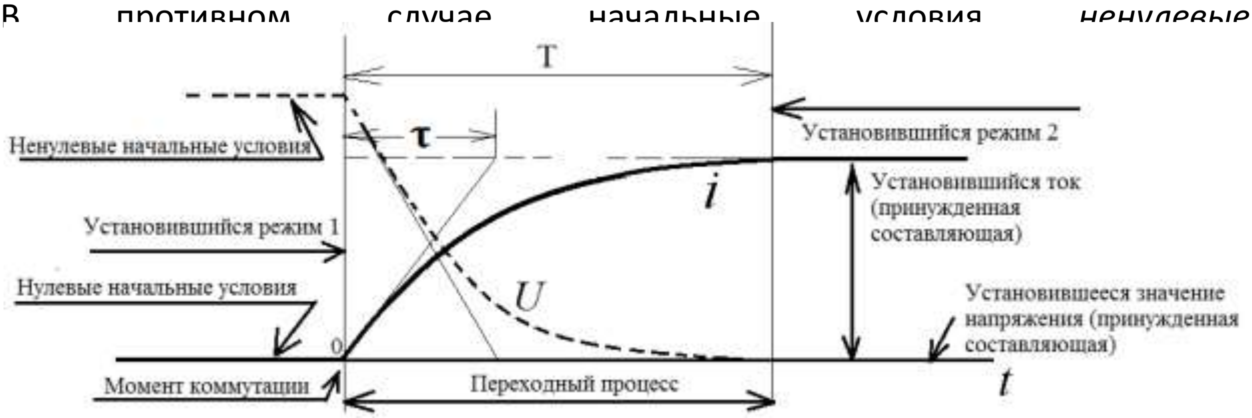
$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

Аналогично можно заключить, что напряжение на ёмкостном элементе не может измениться скачкообразно, т.к. в этом случае ток в ёмкости $i_C = C\frac{du_C}{dt}$ будет бесконечно большим ($\frac{du_C}{dt} = \infty$). Этот вывод называется *вторым законом коммутации* и математически записывается в виде:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Начальные условия.

Значения токов в индуктивных элементах цепи $i_L(0_-)$ и напряжений на ёмкостных элементах $u_C(0_-)$ непосредственно перед коммутацией называются *начальными условиями* переходного процесса. Если эти значения равны нулю, то такие условия называются *нулевыми начальными условиями*. В противном случае начальные условия *ненулевые*.



Составление уравнений и отыскание решения.

Для описания цепи составляют обычную систему уравнений, пользуясь законами Ома и Кирхгофа, только эти уравнения будут дифференциальными, поскольку, в отличие от установившихся режимов, в которых состояние цепи определяется постоянными параметрами величин ЭДС, напряжения и тока, в переходных процессах эти параметры изменяются во времени. Уравнения могут быть однородными, если в цепи отсутствуют источники электрической энергии, или неоднородными, если такие источники есть. Для несложной цепи такую систему уравнений можно исключением переменных свести к одному, в общем случае неоднородному, дифференциальному уравнению относительно какой-либо величины:

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \cdots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = C$$

В качестве такой величины надо выбирать ток в индуктивности либо напряжение на емкости, то есть те величины, которые подчиняются законам коммутации. Порядок уравнения, равный порядку цепи, определяют по количеству реактивных элементов (индуктивностей и емкостей).

Далее решение уравнения ищут в виде суммы частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного дифференциального уравнения

$$i_L(t) = i_{L\,\text{пр}} + i_{L\,\text{св}}$$
$$U_C(t) = U_{C\,\text{пр}} + U_{C\,\text{св}}$$

В качестве частного решения выбирают решение для установившегося режима после коммутации, которое можно найти обычными методами расчёта цепей в установившемся режиме. Эту составляющую еще называют *принужденной*, так как она “принуждена” к существованию источником ЭДС *E*, повторяет его форму и остается неизменной в течение переходного процесса.

Общее решение однородного уравнения

$$B_0\frac{d^na}{dt^n}+B_1\frac{d^{n-1}a}{dt^{n-1}}+\cdots+B_{n-1}\frac{da}{dt}+B_na=0 \text{ (3)}$$

$a_{св}$ называется *свободной составляющей*, так как она свободна от воздействия источника и существует за счет изменения энергии в электрическом и магнитном полях индуктивного и емкостного элементов. Свободную составляющую представляют экспонентой $a_{св}=Ae^{pt}$. Экспонента – единственная функция, совпадающая с собственной производной. Если свободную составляющую подставить в уравнение (3), то получим:

$$(B_0p^n+B_1p^{n-1}+\cdots+B_{n-1}p+B_n)Ae^{pt}=0 \quad (4)$$

$$B_0p^n+B_1p^{n-1}+\cdots+B_{n-1}p+B_n=0$$

Последнее выражение называется *характеристическим уравнением*. Оно получается формальной заменой производных в (3) на p^k, где k – порядок соответствующей производной.

Свободная составляющая решения представляет собой сумму *n* линейно независимых слагаемых вида $a_k=A_ke^{p_kt}$,

$$a_{св}=\sum_{k=1}^{n}A_ke^{p_kt} \quad (5)$$

где p_k – корень характеристического уравнения

Если в решении характеристического уравнения есть корни кратности *m*, то соответствующие слагаемые в (5) имеют вид

$$a_l=A_le^{p_lt};\ a_{l+1}=tA_{l+1}e^{p_lt};\dots\ a_{l+m-1}=t^{m-1}A_{l+m-1}e^{p_lt}$$

При получении в решении уравнения (4) комплексно сопряженных пар корней, каждой паре корней $p_{q,q+1}=-\delta_q\pm j\omega_q$ в (5) будет соответствовать слагаемое вида

$$a_q+a_{q+1}=A_qe^{-\delta_qt}\sin(\omega_q+\Psi_q)$$

На последнем этапе решения из начальных условий находят постоянные интегрирования A_k,Ψ_q. Для этого определяют значение $a_{св}(0_+)$ и *n*-1 её производных в начальный момент времени $a_{св}^{'}(0_+),a_{св}^{''}(0_+),\dots\ a_{св}^{(n-1)}(0_+)$. Дифференцируя *n*-1 раз (5) и приравнивая полученные выражения начальным значениям, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения постоянных интегрирования

$$a_{св}(0_+)=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

$$a_{св}^{'}(0_+)=p_1A_1+p_2A_2+\cdots+p_nA_n$$

$$a_{св}^{(n-1)}(0_+)=p_1^{n-1}A_1+p_2^{n-1}A_2+\cdots+p_n^{n-1}A_n$$

Порядок расчета цепи классическим методом расчета.

1. Расчет цепи до коммутации и определение начальных условий: токов в индуктивностях и напряжений на емкостях. До коммутации ток в цепи постоянный, поэтому емкость заменяем разрывом цепи, а индуктивность – перемычкой.
2. Расчет цепи, сложившейся после коммутации и определение принужденной составляющей решения. После коммутации ток также

постоянен, поэтому можем также заменить емкость разрывом цепи, а индуктивность – перемычкой.

3. Составление характеристического уравнения цепи, отыскание его корней.
    - Из цепи, сложившейся *после* коммутации, исключаем источник энергии, заменяя его перемычкой.
    - Производим разрыв цепи в любой, произвольно выбранной, точке.
    - Заменяем элементы цепи их комлексными сопротивлениями, произведение jω заменяем на *p.*
    - Определяем входное сопротивление полученной цепи относительно точек разрыва.
    - Приравниваем найденное сопротивление нулю и определяем *p* – корни характеристического уравнения.
4. Нахождение постоянных интегрирования на основе законов коммутации.
5. Определение других токов или напряжений в цепи.
6. Построение графиков.

Примеры.

Пример 1.

Укажите математическое выражение для кривых, изображенных на рисунке. Решение: рассмотрим кривую 1. Ее установившимся значением является величина B.

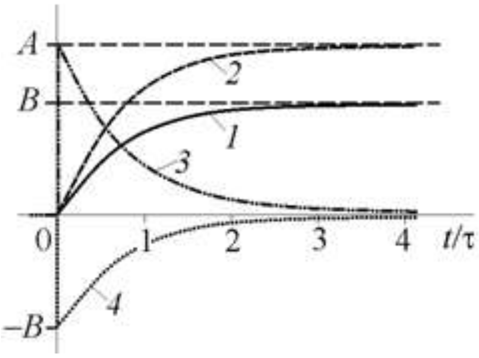


Рис. 31

Поэтому математическое выражение для нее $B(1-e^{-t/\tau})$. Действительно, при подстановке $t=0$ получим 0, а при подстановке $t=\infty$ получим B. Кривая 2 стремится к величине A, поэтому ее можно записать $A(1-e^{-t/\tau})$. Рассмотрим теперь кривые 3 и 4. Выражения для них будут одинаковыми за исключением знака: кривые симметричны. Математическое выражение для кривой 3: $Be^{-t/\tau}$. Действительно, при подстановке $t=0$ получим B, а при подстановке $t=\infty$ получим 0. Значит, выражение для кривой 4: $-Be^{-t/\tau}$

Пример 2.

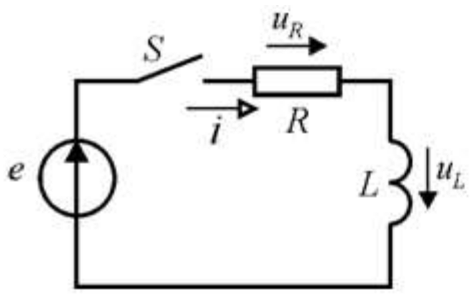


Рис. 32

а) Чему равна длительность переходного процесса в мс в данной цепи, если $E = 2\ В, R = 5\ \text{Ом}, L = 200\ \text{мГн}$? б) Чему равен скачок напряжения на индуктивном элементе при замыкании ключа в В?
в) Укажите кривую напряжения на индуктивном элементе при замыкании ключа, если *2* – кривая напряжения на резистивном элементе.

Решение: а) составим характеристическое уравнение для этой цепи по всем правилам, и найдем его корень p.
Исключим из этой цепи источник, заменим индуктивность ее комплекным сопротивлением $\dot{z}_L = j\omega L$ (рис. 33), произведем замену $j\omega$ на p (рис.34):

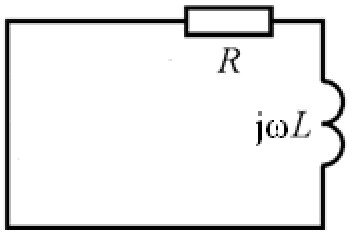


Рис. 33

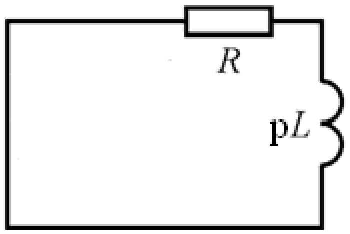


Рис. 34

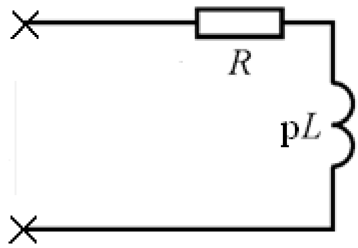


Рис. 35

Теперь выберем произвольную точку, и произведем в ней разрыв цепи (рис. 35). Относительно точек разрыва запишем входное сопротивление данной цепи: $\dot{Z} = R + pL$
Теперь приравняем это сопротивление к нулю и определим p:

$$R + pL = 0$$

$$p = -\frac{R}{L} = 25\ \frac{1}{\text{с}}$$

Тогда $T = 3\tau = 3\left|\frac{1}{p}\right| = 3\left|\frac{1}{-25}\right| = 0.12\ \text{с} = 120\ \text{мс}$

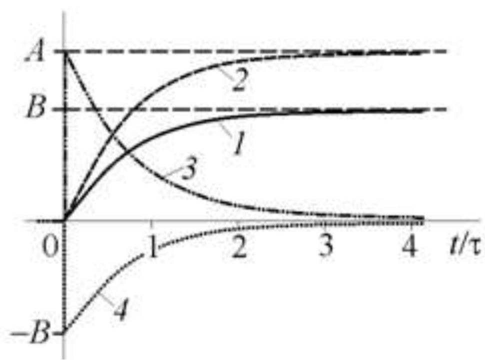


Рис. 36

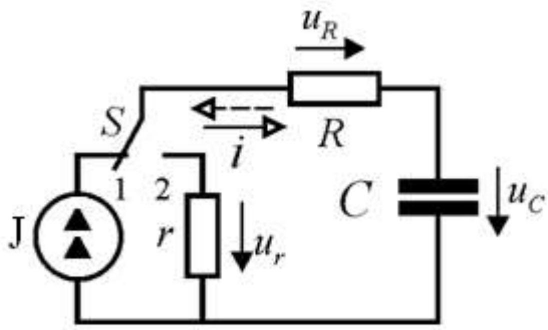
б) При замыкании ключа по первому закону коммутации ток в индуктивности не может измениться мгновенно, поэтому он будет оставаться нулевым еще мгновение после коммутации. При нулевом токе не происходит падения напряжения на резисторе, следовательно, вся ЭДС источника упадет на индуктивности. Ответ: 2 В.

в) Кривую напряжения легко определить, если воспользоваться рассуждениями пункта б). Если 2 – кривая напряжения на резисторе, то кривой напряжения на индуктивности будет кривая 3.

Действительно, при росте напряжения на резисторе напряжение на индуктивности будет снижаться, а в сумме они будут давать напряжение питания в любой момент времени.

Пример 3.

При переводе ключа из какого положения в этой цепи будут нулевые начальные условия?



Решение:
Если ключ долгое время находился в положении 2, то в цепи отсутствует ток и напряжения. В этом случае начальные условия при переключении в положение 1 – нулевые.

Рис. 37

Пример 4.

При каком условии ток в цепи при периодической коммутации будет непрерывным, если t_1 – длительность интервала состояния ключа 1, а $T_к$ – период коммутации?

Чему равна длительность переходного процесса в этой цепи при переводе ключа в состояние 2, если $E = 25\ В, R = 4\ \text{Ом}, r = 1\ \text{Ом}, L = 150\ \text{мГн}$? Ответ выразите в милисекундах.

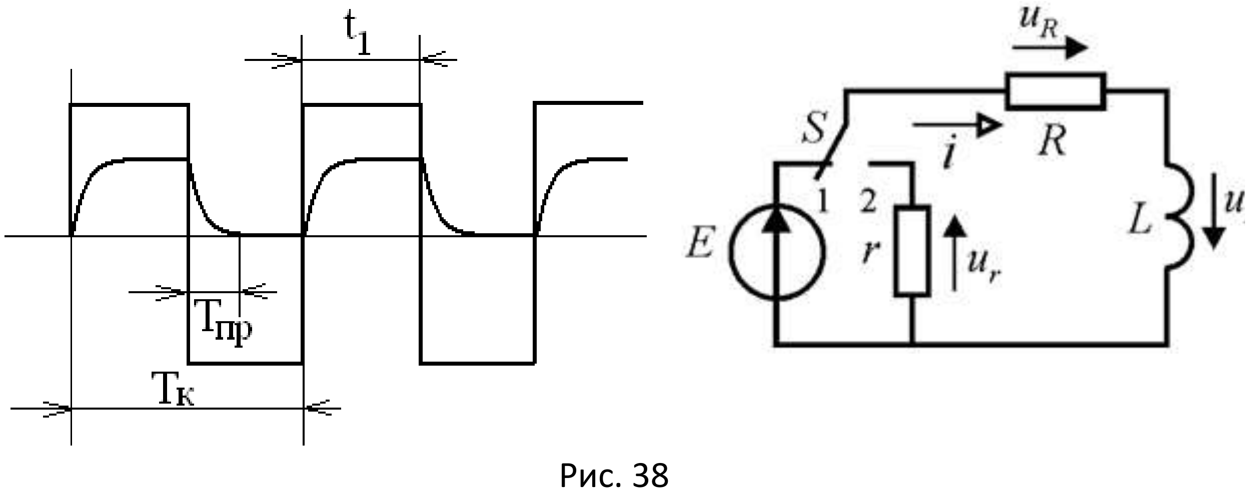


Рис. 38

Решение: В течение времени t_1 данная цепь подключена к источнику питания, ток в ней нарастает. Остальное время, равное $(T_к - t_1)$, цепь отключена и ток спадает. Таким образом, ток будет в цепи непрерывным, если он не успеет уменьшиться до нуля за время $(T_к - t_1)$. Значит, нужно, чтобы время переходного процесса было бы больше, чем $(T_к - t_1)$.

Постоянная времени для этой цепи может быть записана: $\tau = L/_{(R+r)}$

Тогда $T_{\text{пр}} = 3\tau = 3L/_{R+r}$

Условием непрерывности тока будет выполнение неравенства: $3L/_{R+r} >$

$T_{\text{к}} - t_1$.

Рассчитаем время переходного процесса:

$$T_{\text{пр}} = \frac{450}{5} = 90 \text{ мс}$$

Пример 5.

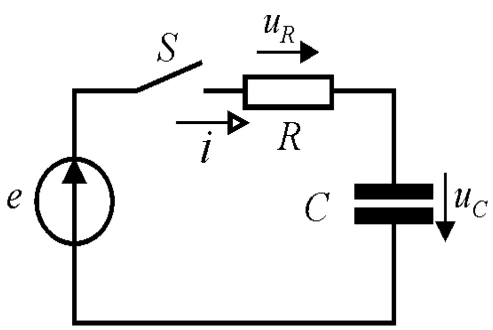


Рис. 39

а)Как изменится длительность переходного процесса в этой цепи, если вдвое увеличить значение сопротивления? Решение: длительность переходного процесса в этой цепи равна

$$T_{\text{пр}} = 3\tau = 3RC$$

Поэтому при увеличении сопротивления в 2 раза она также увеличится в 2 раза.

б)Чему равно установившееся значение напряжения на резистивном элементе при размыкании ключа в В, если $E = 160\ B, R = 4\ \text{Ом}, C = 156\ \text{мкФ}$?

Решение: При размыкании ключа в данной цепи ток не протекает, поэтому на резистивном элементе установится нулевое напряжение.

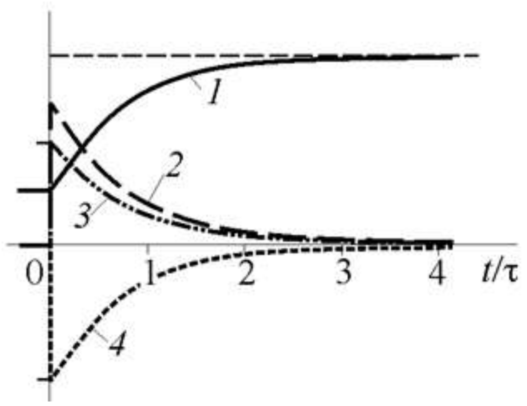


Рис. 40

в)Укажите кривую напряжения на ёмкостном элементе при замыкании ключа, если *2* – кривая напряжения на резистивном элементе.

Решение: кривая напряжения на резистивном элементе повторяет форму тока, который спадает по мере заряда конденсатора. Справедливо уравнение: $U_R + U_C = E$. Так как Е – постоянно, то одновременно с уменьшением напряжения на резисторе на конденсаторе напряжение будет расти (кривая 1). Когда конденсатор зарядится до напряжения питания, ток в цепи исчезнет.

Пример 6.

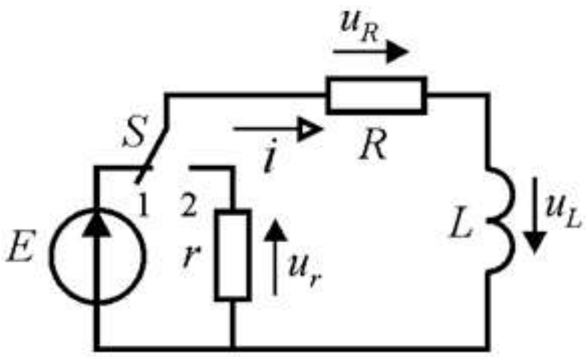


Рис. 41

Как изменится длительность переходного процесса при переводе ключа в положение 2, если вдвое увеличить значение сопротивления *r*? Решение. На вопрос этой задачи можно ответить однозначно: длительность переходного процесса уменьшится, так как она выражается формулой: $T_{\text{пр}} = 3\tau = {}^{3L}/_{(R+r)}$.

Однако нельзя сказать, во сколько точно раз она уменьшится, для этого недостаточно данных.

Пример 7.

Каким будет начальное значение напряжения на ёмкостном элементе в В, если ключ длительное время находился в положении *1*

$E = 10\,В$; $R = 2\,Ом$; $C = 2\,мкФ$; $L = 100\,мГн$?

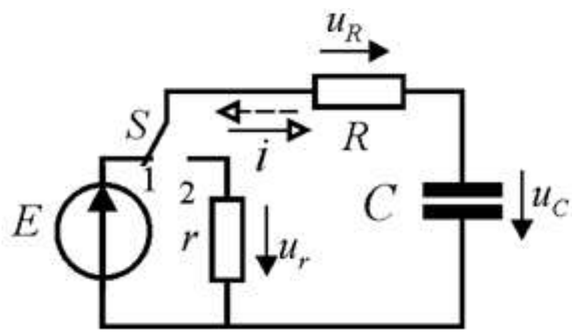


Рис. 42

Решение: если ключ находился в положении 1 длительное время, значит, произошла полная зарядка конденсатора до напряжения питания – до 10 В. Поэтому при переключении в положение 2 начальные условия будут ненулевыми: $U_{C_0} = 10\ В$

Пример 8.

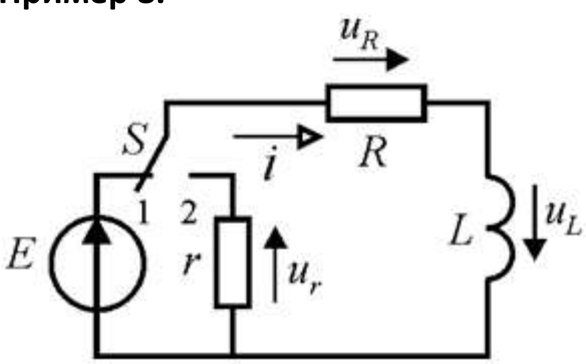


Рис. 43

Чему равно напряжение на индуктивном элементе в первый момент после перевода ключа в положение 2, если $E = 25\ В, R = 4\ \text{Ом}, r = 1\ \text{Ом}, L = 150\ \text{мГн}$?

Решение: определим ток в цепи до коммутации. Он равен: $I = \frac{E}{r} = 25\ \text{А}$

По первому закону коммутации ток сохранит свое значение в момент и сразу после коммутации, он замкнется в контуре $r - R - L$. На резисторах этот ток создаст падения напряжений: $U_R = IR = 100\ \text{В}, U_r = Ir = 25\ \text{В}$. Суммарное падение напряжения на резисторах составит 125 В, значит, такое же падение напряжения будет и на индуктивности по второму закону Кирхгофа.

Пример 9.

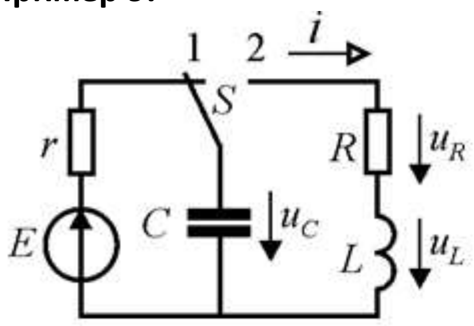


Рис. 44

Чему равно напряжение на индуктивном элементе в первый момент после перевода ключа в положение 2?

Решение: рассмотрим процессы в цепи до коммутации. Ток замыкался в контуре $r - C - E$, он был ненулевым до момента полного заряда конденсатора. Напряжение на конденсаторе равно E. После коммутации источником энергии для цепи стал конденсатор, однако по первому закону ток в индуктивности не может измениться мгновенно, поэтому он равен нулю в первый момент после коммутации. Нулевой ток не создает падения напряжения на резисторе, поэтому все напряжения конденсатора – $E -$ падает на индуктивности.

Порядок расчета цепи классическим методом расчета.

1. Расчет цепи до коммутации и определение начальных условий: токов в индуктивностях и напряжений на емкостях. До коммутации ток в цепи постоянный, поэтому емкость заменяем разрывом цепи, а индуктивность – перемычкой.
2. Расчет цепи, сложившейся после коммутации и определение принужденной составляющей решения. После коммутации ток также постоянен, поэтому можем также заменить емкость разрывом цепи, а индуктивность – перемычкой.
3. Составление характеристического уравнения цепи, отыскание его корней.
    - Из цепи, сложившейся *после* коммутации, исключаем источник энергии, заменяя его перемычкой.
    - Производим разрыв цепи в любой, произвольно выбранной, точке.
    - Заменяем элементы цепи их комлексными сопротивлениями, произведение jω заменяем на *p.*
    - Определяем входное сопротивление полученной цепи относительно точек разрыва.
    - Приравниваем найденное сопротивление нулю и определяем *p* – корни характеристического уравнения.
4. Нахождение постоянных интегрирования на основе законов коммутации.
5. Определение других токов или напряжений в цепи.

6. Построение графиков.

Пример 10.
Найти ток $i_1(t)$ и напряжение на индуктивности U_L в схеме рис. 45 с применением классического метода расчета при размыкании ключа.
Дано: $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 5$ Ом; $R_3 = 5$ Ом; $U = 90$ В, $L = 0.25$ Гн.

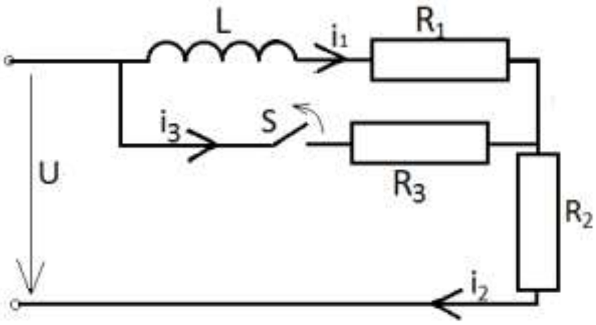


Рис. 45

1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$, заменяя индуктивность перемычкой. Рассчитаем цепь методом эквивалентных преобразований, для этого определим эквивалентное сопротивление:

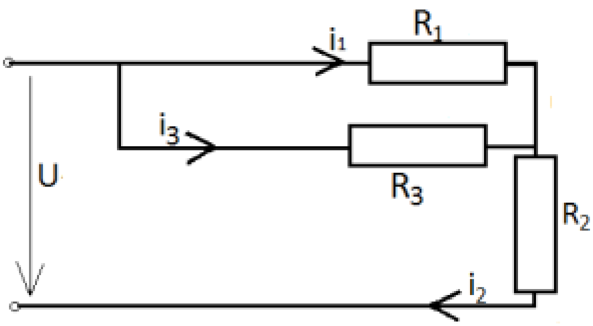


Рис. 46

$$R_э = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 5 + \frac{5 * 20}{5 + 20} = 9 \text{ Ом}$$

$$i_2 = {}^{U}\!/_{R_э} = {}^{90}\!/_{9} = 10 \text{ А}$$

Составляем систему уравнений:

$$i_1 + i_3 = i_2$$
$$i_1 R_1 = i_3 R_3$$

Из системы определяем: $i_1(0\_) = 2\ A, i_3(0\_) = 8\ A$.

1.2. Составляем схему цепи после коммутации $(t = \infty)$.

$$i_1 = {}^{U}\!/_{(R_1 + R_2)} = {}^{90}\!/_{25} = 3.6 \text{ А}$$

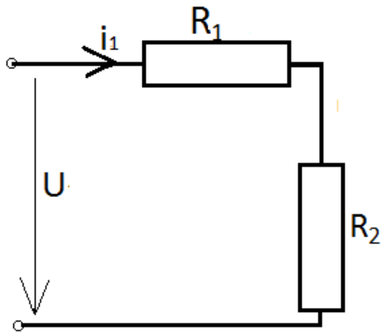


Рис. 47

1.3. Составляем характеристическое уравнение и определяем его корни, которые будут показателями степени экспоненты. Исключаем источник энергии, заменяем индуктивность ее комплексным сопротивлением ($Z_L = j\omega L$), производим замену $j\omega$ на p. Получившаяся цепь представлена на рис.

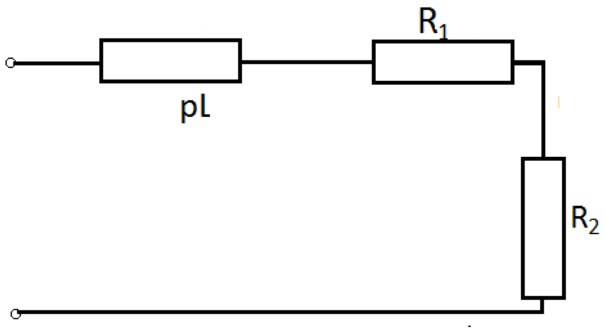


Рис. 48

$$\dot{Z} = pL + R_1 + R_2$$
$$\dot{Z} = 0$$
$$pL + R_1 + R_2 = 0$$
$$p = -\frac{R_1 + R_2}{L} = -100$$
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.01\ c$$
$$T = 3\tau = 0.03\ c$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для тока:

$$i_1(t) = 3.6 + Ae^{-100t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$i_1(0) = 3.6 + Ae^{0} = 3.6 + A$$

Поскольку этот ток подчиняется закону коммутации, то $i_1(0) = i_1(0\_) = 2\ A$

$$3.6 + A = 2$$
$$A = -1.6$$

Таким образом, выражение для тока принимает вид:

$$i_1(t) = 3.6 - 1.6e^{-100t}$$

1.5. Напряжение на индуктивности легко найти, продифференцировав выражение для тока:

$$U_L = L\frac{di_L}{dt} = 0.25(-1.6) * (-100)e^{-100t} = 40e^{-100t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_1:

$$U_{R_1} = R_1 * i_1(t) = 20(3.6 - 1.6e^{-100t}) = 72 - 32e^{-100t}$$

Тогда $U_{R_2} = U - U_{R_1} - U_L = 90 - 72 + 32e^{-100t} - 40e^{-100t} = 18 - 8e^{-100t}$

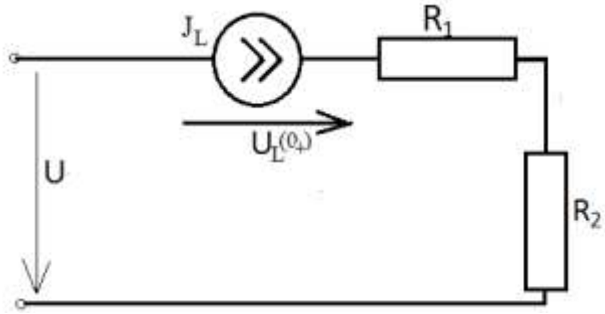
$$i_2 = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{18 - 8e^{-100t}}{5} = 3.6 - 1.6e^{-100t}$$
$$i_3 = i_2 - i_1 = 3.6 - 1.6e^{-100t} - 3.6 - 1.6e^{-100t} = 0$$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_1(0) = 3.6 - 1.6e^{0} = 2\ A$$
$$i_1(\infty) = 3.6 - 1.6e^{-\infty} = 3.6\ A$$
$$U_L(0) = 40e^{0} = 40\ B$$

$$U_L(\infty) = 40e^{-\infty} = 0B$$
$$U_{R_1}(0) = 72 - 32e^0 = 40\ B$$
$$U_{R_1}(\infty) = 72 - 32e^{-\infty} = 72\ B$$
$$U_{R_2}(0) = 18 - 8e^0 = 10\ B$$
$$U_{R_2}(\infty) = 18 - 8e^{-\infty} = 18\ B$$
$$U = U_{R_2}(0) + U_{R_1}(0) + U_L(0) = 10 + 40 + 40 = 90\ B$$
$$U = U_{R_2}(\infty) + U_{R_1}(\infty) + U_L(\infty) = 18 + 72 + 0 = 90\ B$$

1.6. Построение графика начинают с момента времени, предшествующего нулевому (моменту коммутации). Здесь имеет место установившийся режим, токи и напряжения в цепи постоянны. Затем можно построить график в период времени, когда процесс уже завершен ($t > 3\tau, t = \infty$). Здесь также имеет место установившийся режим. После этого откладывают значение величины в момент коммутации. *Оно может резко отличаться от значения той же величины в предыдущий момент времени (давать скачок).* Каким оно будет, можно определить так, как это сделано в предыдущем пункте решения, подставив ноль в показатель экспоненты, а можно рассчитать. Определить значения напряжений на индуктивных элементах $U_{L_k}(0_+)$ и токов через ёмкостные элементы цепи $i_{C_n}(0_+)$ непосредственно после коммутации ($t = t(0_+)$) можно, заменив индуктивные элементы цепи источниками тока со значениями $J_{L_k} = i_{L_k}(0_-)$, а ёмкостные элементы – источниками ЭДС со значениями $E_{C_n} = -u_{C_n}(0_-)$. Рассчитаем эту схему:



$$J_L = i_L(0_-) = 2\ A$$
$$U = U_L(0_+) + U_{R_1}(0_+) + U_{R_2}(0_+)$$
$$U = U_L(0_+) + J_L R_1 + J_L R_2$$

$$90 = U_L(0_+) + 2 * 20 + 2 * 5$$
$$U_L(0_+) = 90 - 50 = 40\ B$$

Рис. 49

Построение графика завершает построение экспоненты на участке t= 0-3τ. Графики представлены ниже.

Решим тот же пример при замыкании ключа:

1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$, заменяя индуктивность перемычкой.

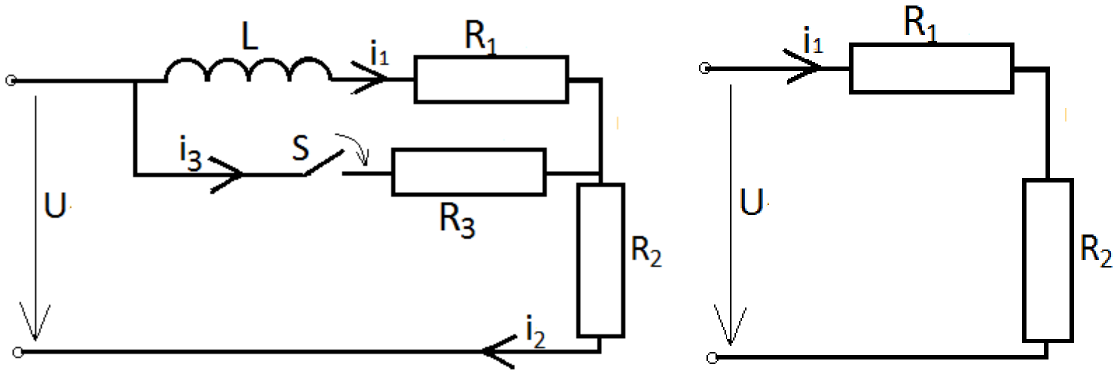
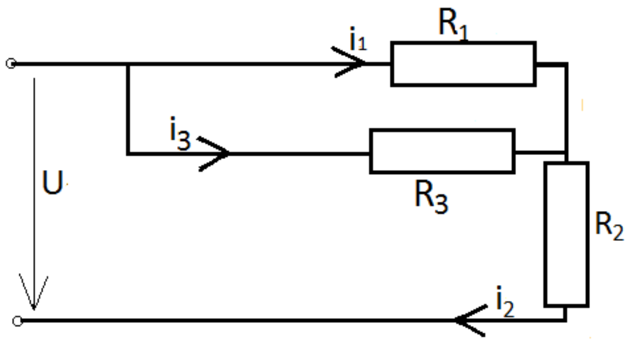


Рис. 50

$$i_1(0_-) = {}^{U}\!/_{(R_1+R_2)} = {}^{90}\!/_{25} = 3.6\ \text{А}$$

1.2. Схема после коммутации выглядит следующим образом:



$$R_Э = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 5 + \frac{5 * 20}{5 + 20} = 9\ \text{Ом}$$

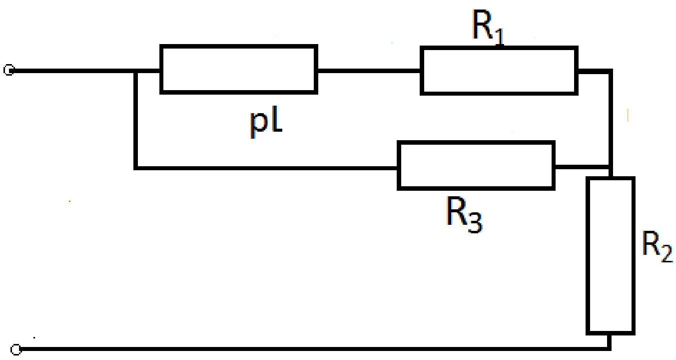
$$i_2(\infty) = {}^{U}\!/_{R_Э} = {}^{90}\!/_{9} = 10\ \text{А}$$

Составляем систему уравнений:

$$i_1 + i_3 = i_2$$
$$i_1 R_1 = i_3 R_3$$

Из системы определяем: $i_1(\infty) = 2\ A, i_3(\infty) = 8\ A.$

1.3. Рассчитаем комплексное сопротивление, составим характеристическое уравнение и определим его корни:



$$\dot{Z} = R_2 + \frac{R_3(pL + R_1)}{R_3 + pL + R_1}$$
$$\dot{Z} = 0$$
$$R_2 + \frac{R_3(pL + R_1)}{R_3 + pL + R_1} = 0$$
$$p = -\frac{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2}{L(R_2 + R_3)} = -90$$
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.011\ c$$
$$T = 3\tau = 0.033\ c$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для тока:

$$i_1(t) = 2 + Ae^{-90t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$i_1(0) = 2 + Ae^0 = 2 + A$$

Поскольку этот ток подчиняется закону коммутации, то $i_1(0) = i_1(0\_) = 3.6\ A$

$$2 + A = 3.6$$

$$A = 1.6$$

Таким образом, выражение для тока принимает вид:

$$i_1(t) = 2 + 1.6e^{-90t}$$

1.5. Определяем остальные величины:

$$U_L = L\frac{di_L}{dt} = 0.25(1.6) * (-90)e^{-90t} = -36e^{-90t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_1:

$$U_{R_1} = R_1 * i_1(t) = 20(2 + 1.6e^{-90t}) = 40 + 32e^{-90t}$$

Тогда $U_{R_3} = U_{R_1} + U_L = 40 + 32e^{-90t} - 36e^{-90t} = 40 - 4e^{-90t}$

$$i_3 = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{40 - 4e^{-90t}}{5}$$

$$i_3 = 8 - 0.8e^{-90t}$$

$$i_2 = i_3 + i_1$$

$$i_2 = 8 - 0.8e^{-90t} + 2 + 1.6e^{-90t} = 10 + 0.8e^{-90t}$$

$$U_{R_2} = i_2R_2 = 5(10 + 0.8e^{-90t}) = 50 + 4e^{-90t}$$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_1(0) = 2 + 1.6e^0 = 3.6\ A$$

$$i_1(\infty) = 2 + 1.6e^{-\infty} = 2\ A$$

$$U_L(0) = -36e^0 = -36\ B$$

$$U_L(\infty) = -36e^{-\infty} = 0B$$

$$U_{R_1}(0) = 40 + 32e^0 = 72\ B$$

$$U_{R_1}(\infty) = 40 + 32e^{-\infty} = 40\ B$$

$$U_{R_3}(0) = 40 - 4e^0 = 36\ B$$

$$U_{R_3}(\infty) = 40 - 4e^{-\infty} = 40\ B$$

$$i_3(0) = 8 - 0.8e^0 = 7.2\ A$$

$$i_3(\infty) = 8 - 0.8e^{-\infty} = 8\ A$$

$$i_2(0) = 10 + 0.8e^0 = 10.8\ A$$

$$i_2(\infty) = 10 + 0.8e^{-\infty} = 10\ A$$

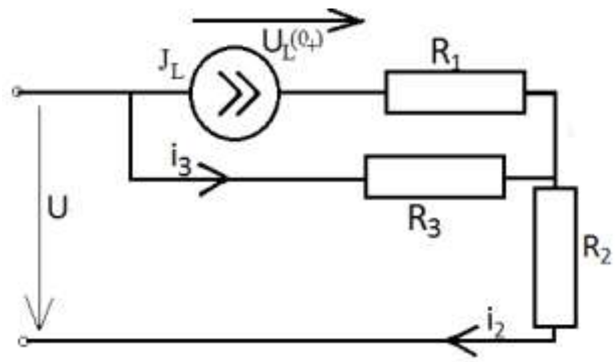
$$U_{R_2}(0) = 50 + 4e^0 = 54\ B$$

$$U_{R_2}(\infty) = 50 + 4e^{-\infty} = 50\ B$$

$$U = U_{R_1}(0) + U_{R_2}(0) + U_L(0) = 72 + 54 - 36 = 90\ B$$

$$U = U_{R_2}(\infty) + U_{R_3}(\infty) = 50 + 40 = 90\ B$$

1.6. Рассчитаем $U_L(0_+)$

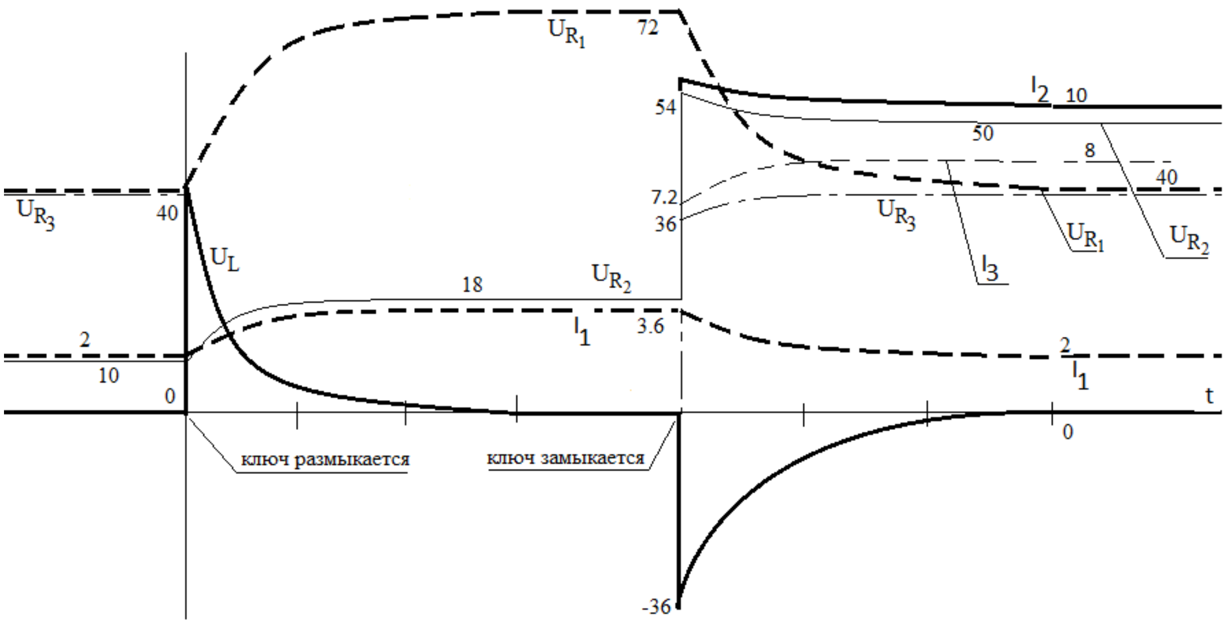


$$J_L = i_L(0_-) = 3.6\ A$$
$$U = U_L(0_+) + U_{R_1}(0_+) + U_{R_2}(0_+)$$
$$U = U_L(0_+) + J_L R_1 + i_2 R_2$$

$$90 = U_L(0_+) + 3.6 * 20 + 10.8 * 5$$
$$U_L(0_+) = 90 - 72 - 54 = -36\ B$$

Рис. 51

Графики:



Пример 11.

Найти токи и напряжения на элементах в схеме рис.52 с применением классического метода расчета при размыкании ключа.

Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = 5$ кОм; $U = 60$ В, С $= 2.5$ мкФ.

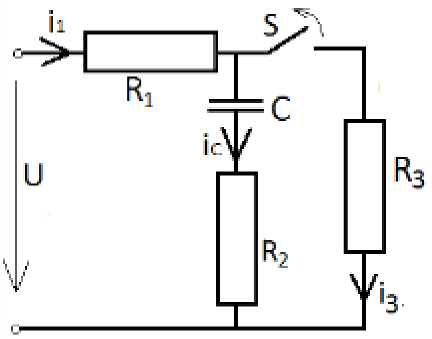


Рис. 52 1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$, заменяя емкость разрывом цепи.

Рассчитаем цепь:

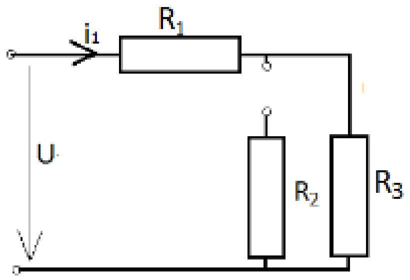


Рис. 53

$$i_1 = U/_{R_1+R_3} = 60/_{10^4} = 0.006 \text{ A}$$

$$U_{R_3} = i_1 R_3 = 30\ B$$

$$U_C(0_-) = U_{R_3} = 30\ B$$

1.2. Составляем схему цепи после коммутации ($t = \infty$).

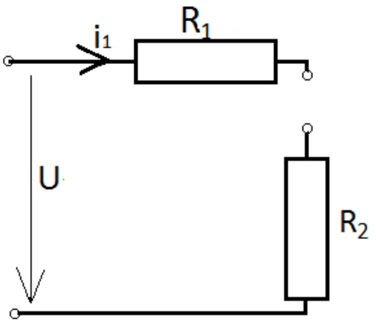
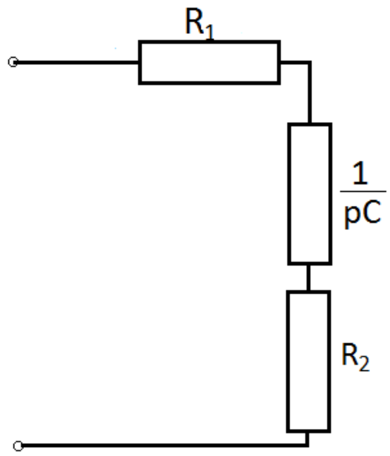


Рис. 54

$$i_1 = 0 \text{ A}$$

$$U_C(\infty) = 60\ B$$

1.3. Составляем характеристическое уравнение и определяем его корни, которые будут показателями степени экспоненты. Исключаем источник энергии, заменяем емкость ее комплексным сопротивлением ($Z_\text{C} = \frac{1}{j\omega \text{C}}$), производим замену $j\omega$ на p. Получившаяся цепь представлена на рис. 55



$$\dot{Z} = \frac{1}{p\mathrm{C}} + R_1 + R_2$$
$$\dot{Z} = 0$$
$$\frac{1}{p\mathrm{C}} + R_1 + R_2 = 0$$
$$p = -\frac{1}{(R_1 + R_2)\mathrm{C}} = -40$$
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.025\ c$$
$$T = 3\tau = 0.075\ c$$

Рис. 55

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для напряжения на емкости:

$$U_C(t) = 60 + Ae^{-40t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$U_C(0) = 60 + Ae^0 = 60 + A$$

Поскольку это напряжение подчиняется закону коммутации, то

$$U_C(0) = U_C(0\_) = 30\ B$$
$$60 + A = 30$$
$$A = -30$$

Таким образом, выражение для напряжения принимает вид:

$$U_C(t) = 60 - 30e^{-40t}$$

1.5. Ток через емкость найдем, продифференцировав выражение для напряжения:

$$i_C = C\frac{dU_C}{dt} = 2.5 * 10^{-6}(-30) * (-40)e^{-40t} = 0.003e^{-40t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_2:

$$U_{R_2} = R_2 * i_C(t) = 5 * 10^3(0.003e^{-40t}) = 15e^{-40t}$$

Тогда $U_{R_2} + U_C = 60 - 15e^{-40t}$

$$U_{R_1} = U - \left(U_{R_2} + U_C\right) = 60 - (60 - 15e^{-40t}) = 15e^{-40t}$$
$$i_1 = \frac{U_{R_1}}{R_1} = 0.003e^{-40t} = i_C$$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_1(0) = 0.003e^0 = 0.003\ A$$
$$i_1(\infty) = 0\ A$$
$$U_C(0) = 60 - 30e^0 = 30\ B$$
$$U_C(\infty) = 60 - 30e^{-\infty} = 60\ B$$

$$U_{R_1}(0) = 15e^0 = 15\ B$$
$$U_{R_1}(\infty) = 0\ B$$
$$U_{R_2}(0) = 15e^0 = 15\ B$$
$$U_{R_2}(\infty) = 0\ B$$
$$i_C(0) = 0.003e^0 = 0.003$$
$$i_C(\infty) = 0.003e^{-\infty} = 0$$
$$U = U_{R_2}(0) + U_{R_1}(0) + U_C(0) = 15 + 15 + 30 = 60\ B$$
$$U = U_{R_2}(\infty) + U_{R_1}(\infty) + U_C(\infty) = 0 + 0 + 60 = 60\ B$$

1.6. Построение графика начинают с момента времени, предшествующего нулевому (моменту коммутации). Здесь имеет место установившийся режим, токи и напряжения в цепи постоянны. Затем можно построить график в период времени, когда процесс уже завершен ($t > 3\tau, t = \infty$). Здесь также имеет место установившийся режим. После этого откладывают значение величины в момент коммутации. *Оно может резко отличаться от значения той же величины в предыдущий момент времени (давать скачок).* Каким оно будет, можно определить так, как это сделано в предыдущем пункте решения, подставив ноль в показатель экспоненты, а можно рассчитать. Определить значения напряжений на индуктивных элементах $U_{L_k}(0_+)$и токов через ёмкостные элементы цепи $i_{C_n}(0_+)$непосредственно после коммутации ($t = t(0_+)$) можно, заменив индуктивные элементы цепи источниками тока со значениями $J_{L_k} = i_{L_k}(0_-)$, а ёмкостные элементы – источниками ЭДС со значениями $E_{C_n} = -u_{C_n}(0_-)$. Рассчитаем эту схему:

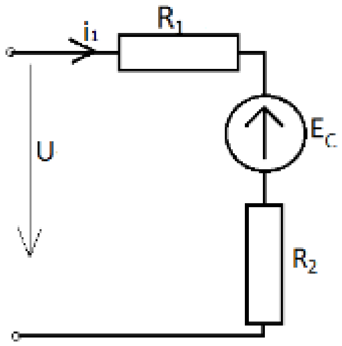


Рис. 56

$$i_1(0_+) = i_C(0_+)$$
$$-U - E_C = i_1 R_1 + i_1 R_2$$
$$i_1(0_+) = \frac{U - E_C}{R_1 + R_2}$$

$$i_1(0_+) = \frac{60 - 30}{R_1 + R_2} = 0.003\ A$$
$$i_C(0_+) = 0.003\ A$$

Построение графика завершает построение экспоненты на участке t= 0-3τ. Графики представлены ниже.

Решим тот же пример при замыкании ключа:

1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$, заменяя емкость разрывом цепи.

Рассчитаем цепь:

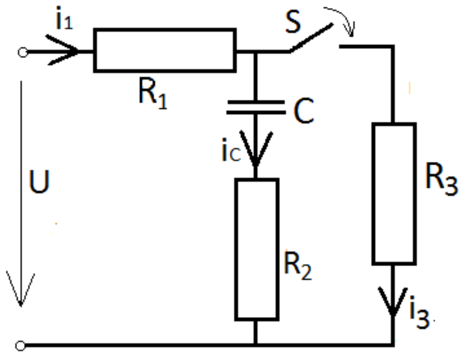


Рис. 57

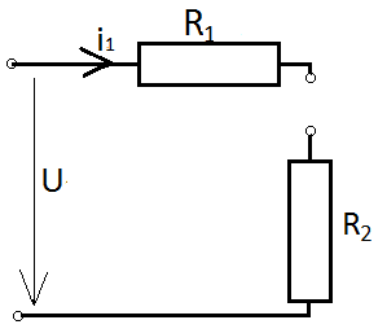


Рис. 58

$$U_C(0\_) = 60\ В, i_1(0\_) = 0\ \text{А}$$

1.2. Схема после коммутации выглядит следующим образом (рис. 59):

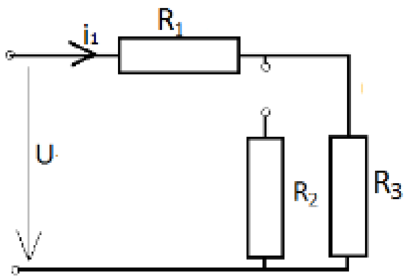


Рис. 59

$$i_1 = {}^{U}\!/_{R_1+R_3} = {}^{60}\!/_{10^4}$$

$$= 0.006\ \text{А}$$

$$U_{R_3} = i_1 R_3 = 30\ В$$

$$U_C(\infty) = U_{R_3} = 30\ В$$

1.3. Рассчитаем комплексное сопротивление, составим характеристическое уравнение и определим его корни (рис. 60):

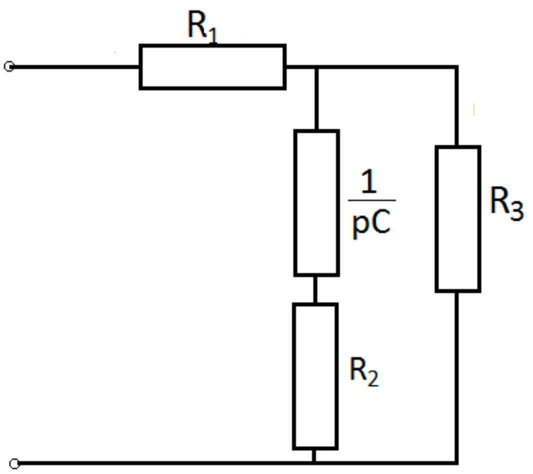


Рис. 60

$$\dot{Z} = R_1 + \frac{R_3(\frac{1}{pC} + R_2)}{R_3 + \frac{1}{pC} + R_2}$$

$$\dot{Z} = 0$$

$$R_1 + \frac{R_3(\frac{1}{pC} + R_2)}{R_3 + \frac{1}{pC} + R_2} = 0$$

$$p = -\frac{2}{3RC} = -53.3$$

$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.019\ с$$

$$T = 3\tau = 0.057\ с$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для напряжения на емкости:

$$U_C(t) = 30 + Ae^{-53.3t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$U_C(0) = 30 + Ae^0 = 30 + A$$

Поскольку это напряжение подчиняется закону коммутации, то

$$U_C(0) = U_C(0\_) = 60\ B$$

$$30 + A = 60$$

$$A = 30$$

Таким образом, выражение для напряжения принимает вид:

$$U_C(t) = 30 + 30e^{-53.3t}$$

1.5. Определяем остальные величины:

$$i_C = C\frac{dU_C}{dt} = 2.5 * 10^{-6}(30) * (-53.3)e^{-53.3t} = -0.004e^{-53.3t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_2:

$$U_{R_2} = R_2 * i_C(t) = 5 * 10^3(-0.004e^{-53.3t}) = -20e^{-53.3t}$$

Тогда $U_{R_3} = U_{R_2} + U_C = -20e^{-53.3t} + 30 + 30e^{-53.3t} = 30 + 10e^{-53.3t}$

$$i_3 = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{30 + 10e^{-53.3t}}{5 * 10^3}$$

$$i_3 = 0.006 + 0.002e^{-53.3t}$$

$$i_1 = i_3 + i_C$$

$$i_1 = 0.006 + 0.002e^{-53.3t} - 0.004e^{-53.3t} = 0.006 - 0.002e^{-53.3t}$$

$$U_{R_1} = i_1R_1 = 5 * 10^3(0.006 - 0.002e^{-53.3t}) = 30 - 10e^{-53.3t}$$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_1(0) = 0.006 - 0.002e^0 = 0.004\ A$$

$$i_1(\infty) = 0.006 - 0.002e^{-\infty} = 0.006\ A$$

$$U_C(0) = 30 + 30e^0 = 60\ B$$

$$U_C(\infty) = 30 + 30e^{-\infty} = 30B$$

$$U_{R_1}(0) = 30 - 10e^0 = 20\ B$$

$$U_{R_1}(\infty) = 30 - 10e^{-\infty} = 30\ B$$

$$U_{R_3}(0) = 30 + 10e^0 = 40\ B$$

$$U_{R_3}(\infty) = 30 + 10e^{-\infty} = 30\ B$$

$$i_3(0) = 0.006 - 0.002e^0 = 0.004\ A$$

$$i_3(\infty) = 0.006 - 0.002e^{-\infty} = 0.006\ A$$

$$i_C(0) = -0.004e^0 = -0.004\ A$$

$$i_C(\infty) = -0.004e^{-\infty} = 0\ A$$

$$U_{R_2}(0) = -20e^0 = -20\ B$$

$$U_{R_2}(\infty) = -20e^{-\infty} = 0\ B$$

$$U = U_{R_1}(0) + U_{R_2}(0) + U_C(0) = 20 - 20 + 60 = 60\ B$$

$$U = U_{R_1}(0) + U_{R_3}(0) = 20 + 40 = 60\ B$$

$$U = U_{R_1}(\infty) + U_{R_2}(\infty) + U_C(\infty) = 30 + 0 + 30 = 60\ B$$
$$U = U_{R_1}(\infty) + U_{R_3}(\infty) = 30 + 30 = 60\ B$$

1.6. Рассчитаем $i_C(0_+)$

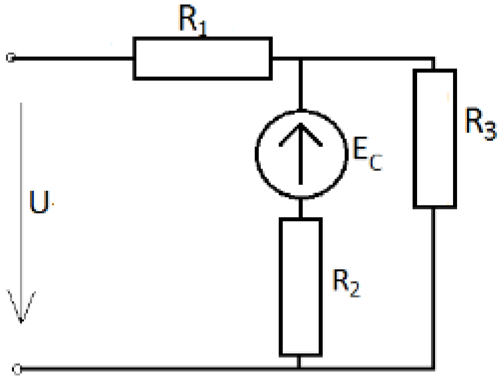


Рис. 61

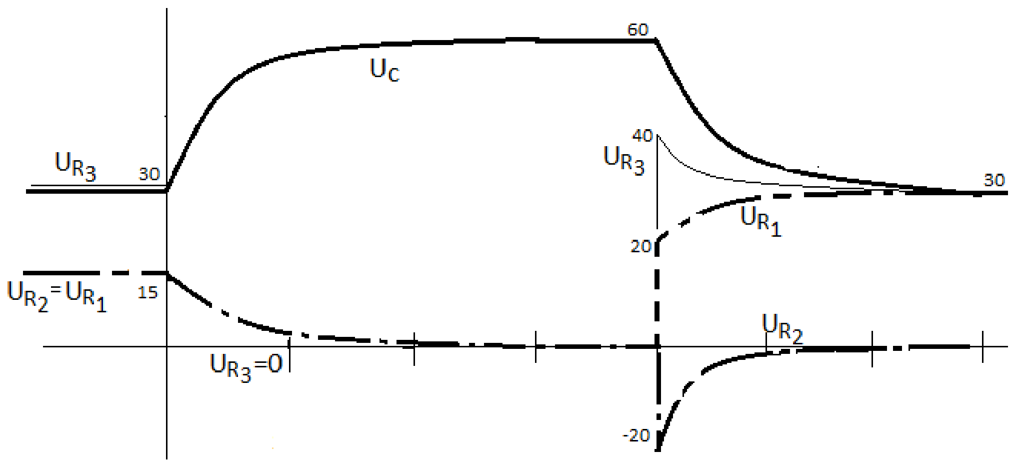
$$i_1R_1 + i_C(0_+)R_2 = U + E_C$$
$$i_1R_1 + i_3R_3 = U$$
$$i_C(0_+) + i_3 = i_1$$
$$E_C = -U_C(0) = -60\ B$$

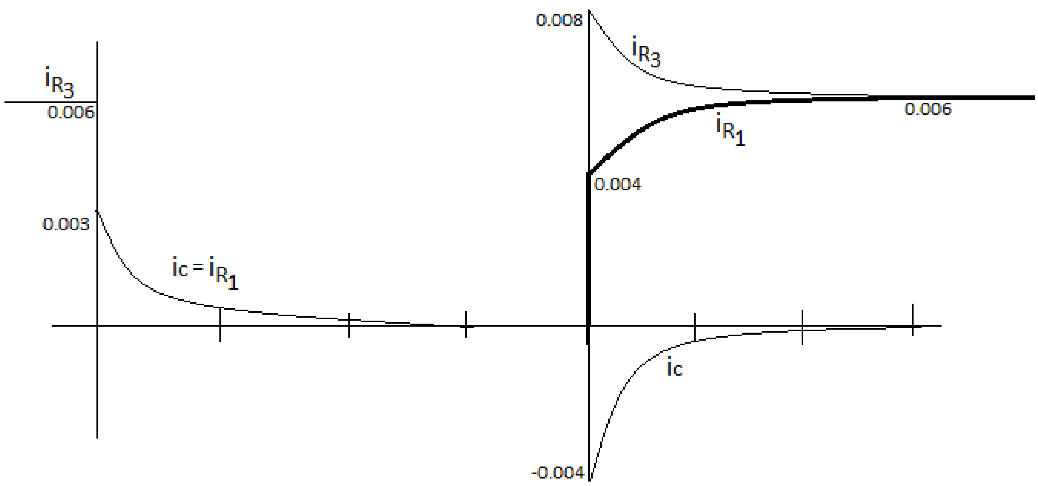
$$i_1 + i_C(0_+) = 0$$
$$i_1 + i_3 = \frac{U}{R} = 12 * 10^{-3}$$
$$i_C(0_+) = i_1 - i_3$$

Решая систему из последних трех уравнений, найдем, что

$$i_C(0_+) = -4 * 10^{-3}\ A$$

Графики:





Пример 12.

Найти ток i_L и напряжение U в схеме рис. 62 с применением классического метода расчета при переключении ключа из положения 1 в 2.

Дано: $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $E = 40$ В, $L = 1$ Гн.

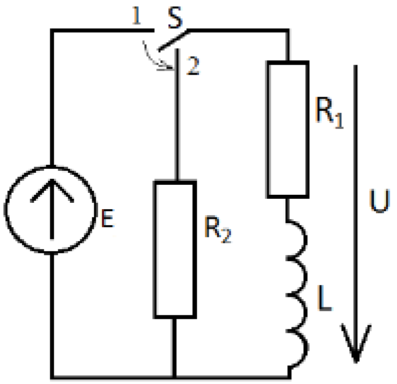


Рис. 62

1.1. Составляем схему цепи до коммутации (см. рис. 63) $t = (t_{0-})$, заменяя индуктивность отрезком провода.

Рассчитаем цепь:

1.2. Составляем схему цепи после коммутации см. рис. 64 $(t = \infty)$:

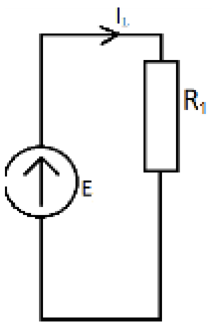


Рис. 63

$$i_L(0_-) = {}^{E}/_{R_1} = {}^{40}/_{20} = 2 \text{ А}$$

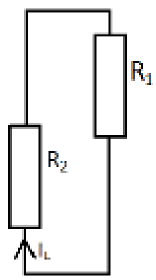


Рис. 64

$$i_L(\infty) = 0 \text{ А}$$

1.3. Составляем характеристическое уравнение и определяем его корни, которые будут показателями степени экспоненты. Исключаем источник энергии, заменяем индуктивность ее комплексным сопротивлением $(Z_L = j\omega L)$, производим замену $j\omega$ на p. Получившаяся цепь представлена на рис. 65

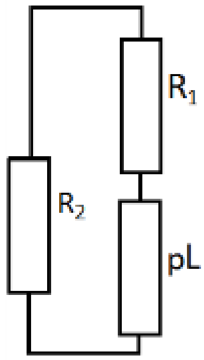


Рис. 65

$$\dot{Z} = pL + R_1 + R_2$$
$$\dot{Z} = 0$$
$$pL + R_1 + R_2 = 0$$
$$p = -\frac{R_1 + R_2}{L} = -50$$
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.02\ c$$
$$T = 3\tau = 0.06\ c$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для тока в индуктивности:

$$i_L(t) = 0 + Ae^{-50t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$i_L(0) = Ae^0 = A$$

Поскольку этот ток подчиняется закону коммутации, то

$$i_L(0) = i_L(0\_) = 2\ A$$
$$A = 2$$

Таким образом, выражение для тока принимает вид:

$$i_L(t) = 2e^{-50t}$$

1.5. Напряжение на индуктивности найдем, продифференцировав выражение для тока:

$$U_L = L\frac{di_L}{dt} = 1(-50) * 2e^{-50t} = -100e^{-50t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_2:

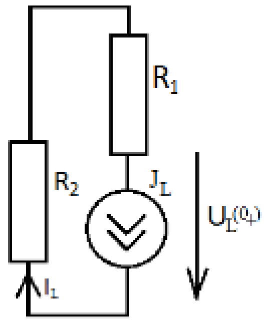
$$U_{R_1} = R_1 * i_L(t) = 20(2e^{-50t}) = 40e^{-50t}$$

Тогда $U = U_{R_1} + U_L = -60e^{-50t}$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_L(0) = 2e^0 = 2\ A$$
$$i_L(\infty) = 0\ A$$
$$U_L(0) = -100e^0 = -100\ B$$
$$U_L(\infty) = -100e^{-\infty} = 0\ B$$
$$U(0) = -60e^0 = -60\ B$$
$$U(\infty) = -60e^{-\infty} = 0\ B$$

1.6. Определить значения напряжений на индуктивных элементах $U_{L_k}(0_+)$и токов через ёмкостные элементы цепи $i_{C_n}(0_+)$непосредственно после коммутации ($t = t(0_+)$) можно, заменив индуктивные элементы цепи источниками тока со значениями $J_{L_k} = i_{L_k}(0_-)$, а ёмкостные элементы – источниками ЭДС со значениями $E_{C_n} = -u_{C_n}(0_-)$. Рассчитаем эту схему:



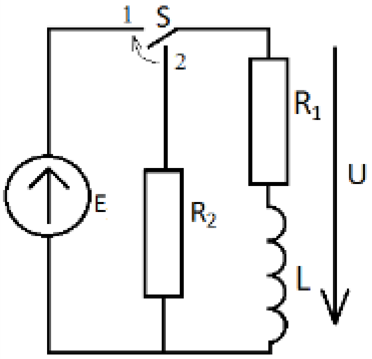
$$U_L(0_+) = -(R_1 + R_2) i_L(0_-) = -100\ B$$

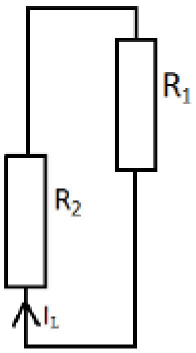
Рис. 66

Графики представлены ниже.

Решим тот же пример при переключении ключа из 2 в 1:

1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$.
Рассчитаем цепь:

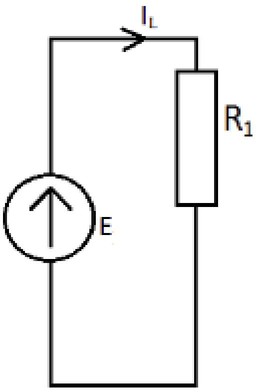




$$i_L(0_-) = 0\ \mathrm{A}$$

Рис. 67

1.2. Схема после коммутации ($t = \infty$) выглядит следующим образом (рис. 68):



$$i_L = {}^{E}/_{R_1} = {}^{40}/_{20} = 2\ \mathrm{A}$$

Рис. 68

1.3. Рассчитаем комплексное сопротивление, составим характеристическое уравнение и определим его корни:

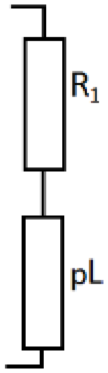


Рис. 69

$$\dot{Z} = R_1 + pL$$
$$\dot{Z} = 0$$
$$R_1 + pL = 0$$
$$p = -\frac{R_1}{L} = -20$$
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.05\ c$$
$$T = 3\tau = 0.15\ c$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для тока:

$$i_L(t) = i_L(\infty) + Ae^{-20t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$i_L(0) = i_L(\infty) + Ae^{0}$$

Поскольку этот ток подчиняется закону коммутации, то

$$i_L(0) = i_L(0\_)$$
$$2 + A = 0$$
$$A = -2$$

Таким образом, выражение для тока принимает вид:

$$i_L(t) = 2 - 2e^{-20t}$$

1.5. Определяем остальные величины:

$$U_L = L\frac{di_L}{dt} = 1(-20) * (-2)e^{-20t} = 40e^{-20t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_1:

$$U_{R_1} = R_1 * i_L(t) = 20(2 - 2e^{-20t}) = 40 - 40e^{-20t}$$

Тогда $U = U_{R_1} + U_L = 40$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_L(0) = 2 - 2e^{0} = 0\ A$$
$$i_L(\infty) = 2 - 2e^{-\infty} = 2\ A$$
$$U_L(0) = 40e^{0} = 40\ B$$
$$U_L(\infty) = 40e^{-\infty} = 0\ B$$

1.6. Рассчитаем $U_L(0_+)$

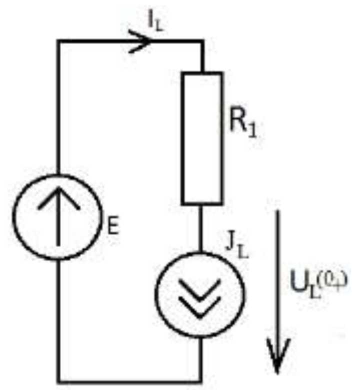
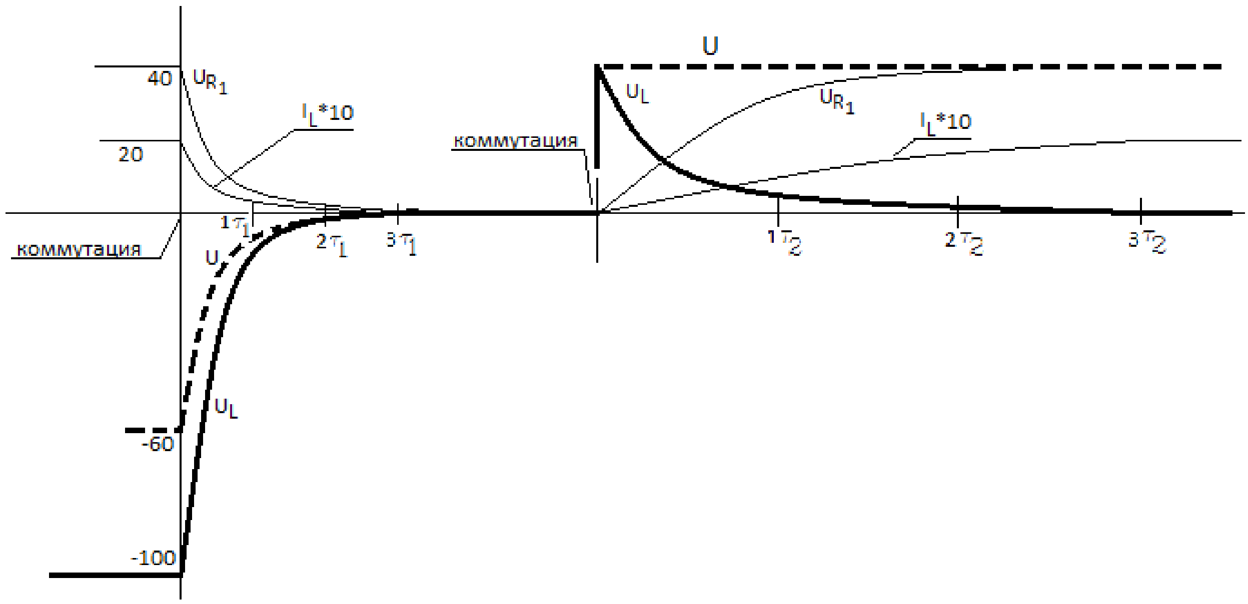


Рис. 70

$$U_L(0_+) = E - R_1 i_L(0_-) = 40\ B$$

Графики:



Пример 13.

Найти токи и напряжения в схеме рис. 71 с применением классического метода расчета при замыкании ключа.

Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ Ом; $E = 60$ В, $L = 1$ Гн.

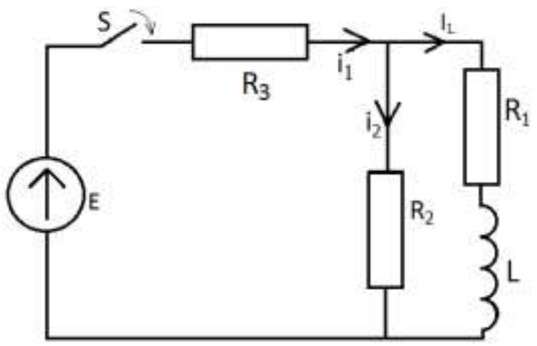


Рис. 71

1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$, заменяя индуктивность отрезком провода.

Расчет цепи в данном случае не требуется, потому что при разомкнутом ключе все токи и напряжения равны нулю.

1.2. Составляем схему цепи после коммутации $(t = \infty)$:

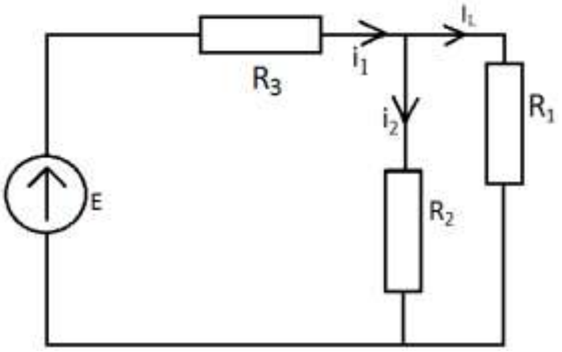


Рис. 72

$$i_1(\infty) = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{60}{150} = 0.4\ A$$

$$i_2(\infty) = i_L(\infty) = \frac{i_1(\infty)}{2} = 0.2\ A$$

1.3. Составляем характеристическое уравнение и определяем его корни, которые будут показателями степени экспоненты. Исключаем источник энергии, заменяем индуктивность ее комплексным сопротивлением ($Z_L = j\omega L$), производим замену $j\omega$ на p. Получившаяся цепь представлена на рис. 73

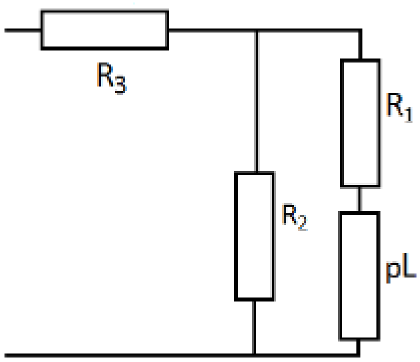


Рис. 73

$$\dot{Z} = R_3 + \frac{R_2(pL + R_1)}{R_2 + pL + R_1}$$

$$\dot{Z} = 0$$

$$R_3 + \frac{R_2(pL + R_1)}{R_2 + pL + R_1} = 0$$

$$p = -150$$

$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.0067\ c$$

$$T = 3\tau = 0.02\ c$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для тока в индуктивности:

$$i_L(t) = i_L(\infty) + Ae^{-150t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$i_L(0) = i_L(\infty) + Ae^{0} = A$$

Поскольку этот ток подчиняется закону коммутации, то

$$i_L(0) = i_L(0\_) = 0\ A$$

$$A = -0.2$$

Таким образом, выражение для тока принимает вид:

$$i_L(t) = 0.2 - 0.2e^{-150t}$$

1.5. Напряжение на индуктивности найдем, продифференцировав выражение для тока:

$$U_L = L\frac{di_L}{dt} = 1 * (-150) * (-0.2)e^{-150t} = 30e^{-150t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_2:

$$U_{R_1} = R_1 * i_L(t) = 100(0.2 - 0.2e^{-150t}) = 20 - 20e^{-150t}$$

Тогда $U_{R_2} = U_{R_1} + U_L = 20 + 10e^{-150t}, i_2(t) = 0.2 + 0.1e^{-150t}$

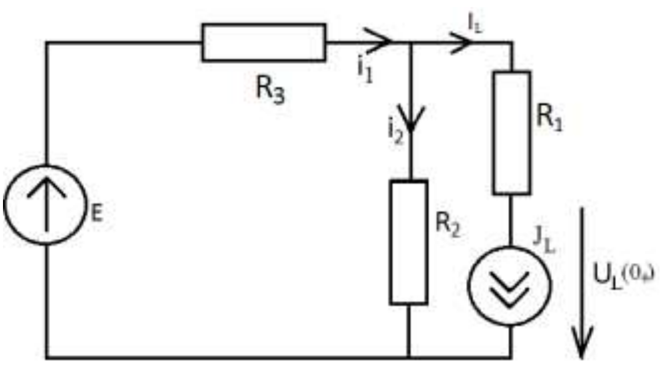
$$i_1 = i_2 + i_L = 0.4 - 0.1e^{-150t}$$

$$U_{R_3} = R_3 * i_1(t) = 100(0.4 - 0.1e^{-150t}) = 40 - 10e^{-150t}$$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_L(0) = 0.2 - 0.2e^{0} = 0\ A$$
$$i_L(\infty) = 0.2 - 0.2e^{-\infty} = 0.2\ A$$
$$U_L(0) = 30e^{0} = 30\ B$$
$$U_L(\infty) = 30e^{-\infty} = 0\ B$$
$$U_{R_1}(0) = 20 - 20e^{0} = 0\ B$$
$$U_{R_1}(\infty) = 20 - 20e^{-\infty} = 20\ B$$
$$U_{R_3}(0) = 40 - 10e^{0} = 30\ B$$
$$U_{R_3}(\infty) = 40 - 10e^{-\infty} = 40\ B$$
$$U_{R_2}(0) = 20 + 10e^{0} = 30\ B$$
$$U_{R_2}(\infty) = 20 + 10e^{-\infty} = 20\ B$$
$$i_2(0) = 0.2 + 0.1e^{0} = 0.3\ A$$
$$i_2(\infty) = 0.2 + 0.1e^{-\infty} = 0.2\ A$$
$$i_1(0) = 0.4 - 0.1e^{0} = 0.3\ A$$
$$i_1(\infty) = 0.4 - 0.1e^{-\infty} = 0.4\ A$$

1.6. Определить значения напряжений на индуктивных элементах $U_{L_k}(0_+)$и токов через ёмкостные элементы цепи $i_{C_n}(0_+)$непосредственно после коммутации ($t = t(0_+)$) можно, заменив индуктивные элементы цепи источниками тока со значениями $J_{L_k} = i_{L_k}(0_-)$, а ёмкостные элементы – источниками ЭДС со значениями $E_{C_n} = -u_{C_n}(0_-)$.Рассчитаем эту схему:



$$U_L(0_+) + i_L(0_-)R_1 - R_2 i_2(0_+) = 0$$

$$U_L(0_+) = -i_L(0_+)R_1 + R_2 i_2(0_+)$$
$$U_L(0_+) = R_2 i_2(0_+) = 100 * 0.03 = 30\ B$$

Рис. 74

Графики представлены ниже.

Решим тот же пример при размыкании ключа:

1.1. Составляем схему цепи до коммутации $t = (t_{0-})$.

Рассчитаем цепь:

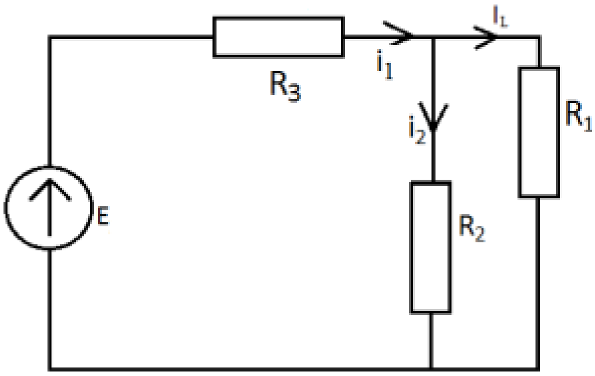


Рис. 75

$$i_1(0) = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{60}{150} = 0.4\ A$$

$$i_2(0) = i_L(0) = \frac{i_1(0)}{2} = 0.2\ A$$

1.2. После размыкания ключа токи и напряжения в схеме нулевые:

$$i_L(\infty) = 0\ A$$

1.3. Рассчитаем комплексное сопротивление, составим характеристическое уравнение и определим его корни:

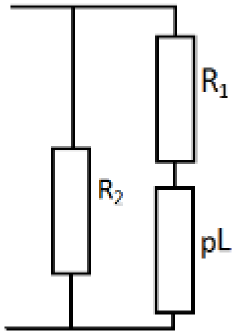


Рис. 76

$$\dot{Z} = R_2 + R_3 + pL$$
$$\dot{Z} = 0$$
$$R_2 + R_3 + pL = 0$$
$$p = -\frac{R_2 + R_3}{L} = -200$$
$$\tau = \left|\frac{1}{p}\right| = 0.005\ c$$
$$T = 3\tau = 0.015\ c$$

1.4. Теперь определим постоянную интегрирования. Запишем выражение для тока:

$$i_L(t) = i_L(\infty) + Ae^{-200t}$$

Запишем выражение для тока в момент времени 0:

$$i_L(0) = i_L(\infty) + Ae^{0}$$

Поскольку этот ток подчиняется закону коммутации, то

$$i_L(0) = i_L(0\_)$$
$$0 + A = 0.2$$
$$A = 0.2$$

Таким образом, выражение для тока принимает вид:

$$i_L(t) = 0.2e^{-200t}$$

1.5. Определяем остальные величины:

$$U_L = L\frac{di_L}{dt} = 1(-200) * (0.2)e^{-200t} = -40e^{-200t}$$

Можно также определить напряжение на резисторе R_1:

$$U_{R_1} = R_1 * i_L(t) = 100(0.2e^{-200t}) = 20e^{-200t}$$

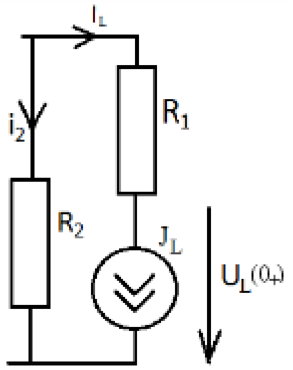
Тогда $U_{R_2} = U_{R_1} + U_L = -20e^{-200t}$; $U_{R_3} = 0$.

$$i_2(t) = -0.2e^{-200t}$$

Проверить решение можно, подставляя в показатель степени экспоненты вместо t ноль или бесконечность:

$$i_L(0) = 0.2e^{0} = 0.2\ A$$
$$i_L(\infty) = 0.2e^{-\infty} = 0\ A$$
$$U_L(0) = -40e^{0} = -40\ B$$
$$U_L(\infty) = -40e^{-\infty} = 0\ B$$
$$U_{R_1}(0) = 40e^{0} = 40\ B$$
$$U_{R_1}(\infty) = 40e^{-\infty} = 0\ B$$
$$U_{R_2}(0) = -20e^{0} = -20\ B$$
$$U_{R_2}(\infty) = -20e^{-\infty} = 0\ B$$
$$i_2(0) = -0.2e^{0} = -0.2\ A$$
$$i_2(\infty) = -0.2e^{-\infty} = 0\ A$$

1.6. Рассчитаем $U_L(0_+)$

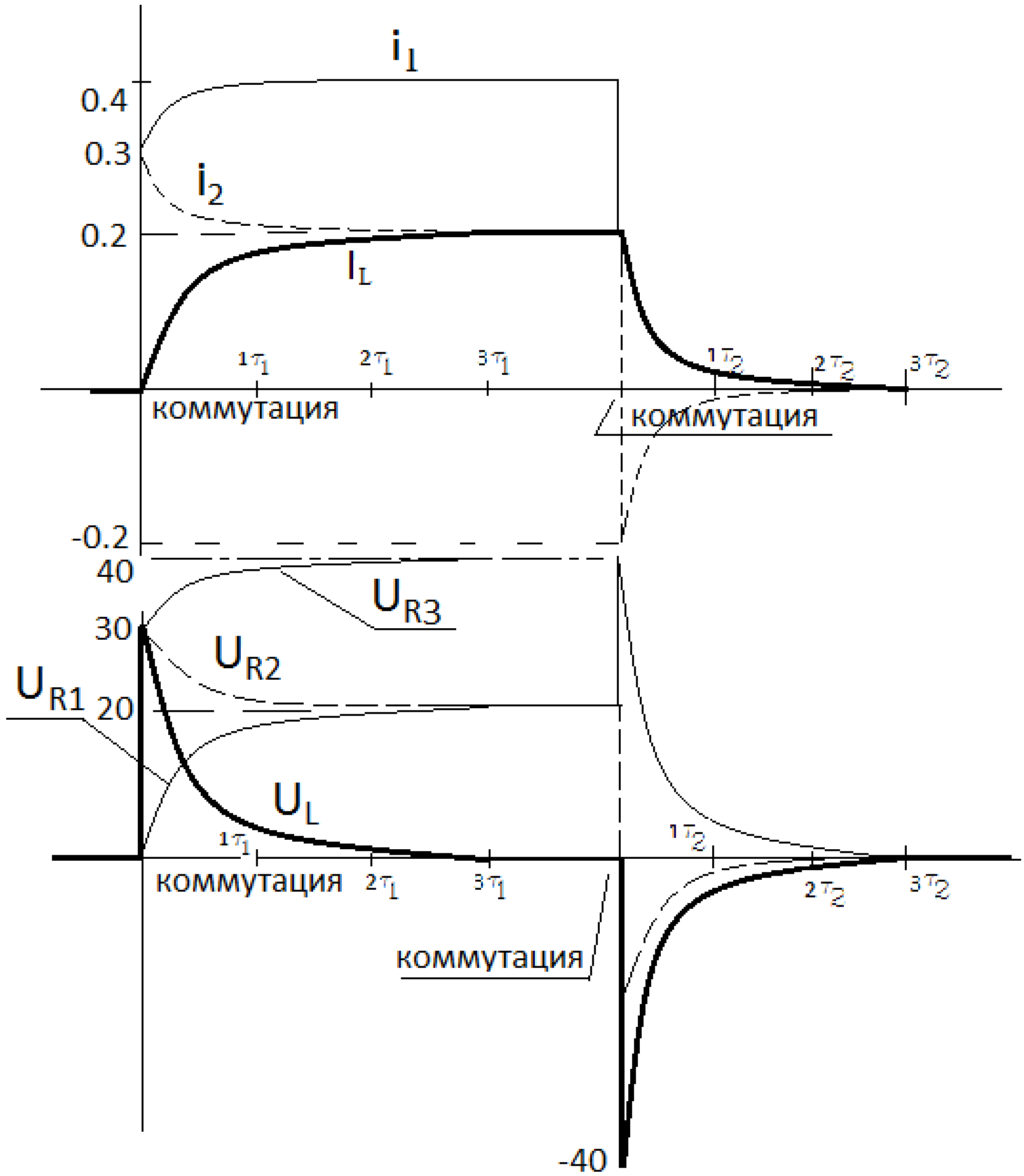


$$U_L(0_+) + i_L(0_-)R_1 - i_2(0_+)R_2 = 0$$

$$U_L(0_+) = -i_L(0_+)R_1 + i_2(0_+)R_2$$
$$U_L(0_+) = -0.2 * 100 - 0.2 * 100 = -40\ B$$

Рис. 77

Графики:



i1
0.4
0.3
i2
0.2
IL
1τ1
2τ1
3τ1
1τ2
2τ2
3τ2
коммутация
коммутация
-0.2
40
UR3
30
UR2
UR1
20
UL
1τ1
1τ2
коммутация
2τ1
3τ1
2τ2
3τ2
коммутация
-40