

Индуктивно-связанные цепи «на ладони»

Магнитная связь между двумя катушками появляется, если их потоки взаимно пронизывают витки (часть витков) друг друга. Потокосцеплением называется произведение потока на число витков. Величина потокосцепления зависит от тока в первой катушке и коэффициента M_{21} , называемого *коэффициентом взаимной индукции или взаимной индуктивностью (Гн)*.

$$\Psi_{21} = M_{21}i_1$$

Величина взаимной индуктивности определяется размерами катушек, их взаимным расположением и свойствами среды, в которой они расположены.

Для второй катушки можно записать

$$\Psi_{12} = M_{12}i_2$$

Можно показать также, что

$$M_{12} = M_{21} = M$$

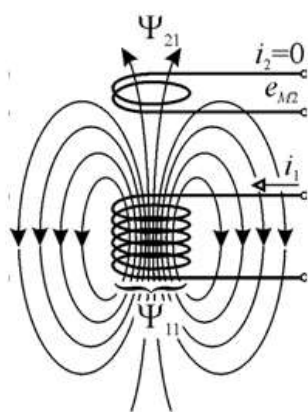


Рис. 125

Магнитные потоки катушек могут иметь одинаковые или встречные направления. Взаимное направление потоков зависит от направления намотки витков катушек и направления протекания тока в них. Если магнитные потоки катушек направлены одинаково, то составляющие потокосцепления суммируются и такое включение называется

согласным. В противном случае оно называется **встречным**. Для определения направления потоков на схемах замещения условные начала обмоток помечают точкой.

Согласное включение	Встречное включение
Потоки направлены в одну сторону: оба тока втекают в «начало» или в «конец»	Потоки направлены в разные стороны: один из токов втекает в «начало», другой в «конец»
$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12}$ $\Psi_2 = \Psi_{22} + \Psi_{21}$	$\Psi_1 = \Psi_{11} - \Psi_{12}$ $\Psi_2 = \Psi_{22} - \Psi_{21}$

В катушках будут наводиться ЭДС

$$e_{1L} = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -\frac{d(\Psi_{11} \pm \Psi_{12})}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} = -e_{L1} \pm e_{M1}$$

$$e_{2L} = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -\frac{d(\Psi_{22} \pm \Psi_{21})}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} = -e_{L2} \pm e_{M2}$$

Пользуясь этими выражениями, можно определить падения напряжения на индуктивных элементах катушек:

$$u_{1L} = -e_{1L} = u_{L1} + u_{M1} = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{2L} = -e_{2L} = u_{L2} + u_{M2} = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

или в комплексной форме

$$\dot{U}_{1L} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_{2L} = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1$$

Степень магнитной связи характеризуется коэффициентом связи

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{12}\Psi_{21}}{\Psi_1\Psi_2}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} < 1$$

Коэффициент связи катушек всегда меньше единицы, т.к. существуют потоки рассеяния, сцепляющиеся с витками только одной катушки.

Эквивалентная индуктивность вычисляется по формуле (для последовательного включения):

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M > 0$$

Для параллельного включения:

$$L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$$

(верхний знак – для согласного включения)

Как работать с векторными диаграммами.

1. Как определить по векторной диаграмме, встречно или согласно соединены катушки?

Нужно обратить внимание на направления векторов \dot{U}_M и \dot{U}_{L1} (\dot{U}_{L2}). Если они направлены в одну сторону – катушки соединены согласно (рис. 126). Если в разные – встречно (рис. 127).

2. Как определить, наблюдается ли емкостный эффект, и в какой из катушек?

Емкостный эффект – явление, состоящее в том, что напряжение отстаёт по фазе от тока, протекающего через катушку. Наблюдается только при встречном включении и только в одной катушке, индуктивность которой меньше взаимной индуктивности. Чтобы определить, наблюдается ли емкостный эффект, нужно обратить внимание на величины векторов \dot{U}_M и \dot{U}_{L1} (\dot{U}_{L2}). Если вектор \dot{U}_M больше одного из них, то в этой катушке возник емкостный эффект (рис. 128, первая катушка, рис. 129, вторая катушка)).

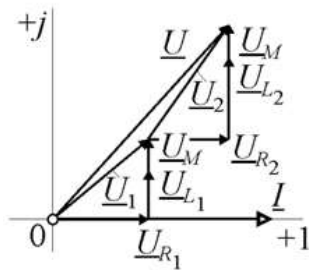


Рис. 126

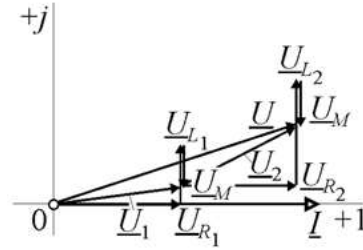


Рис. 127

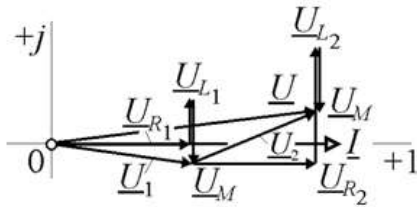


Рис. 128

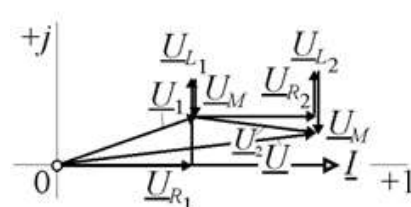


Рис. 129

Пример 1.

Заданы собственные индуктивности и коэффициент связи двух катушек:

$L_1 = 0.1$ Гн, $L_2 = 0.1$ Гн, $k = 0.8$. Чему равен коэффициент взаимоиндукции?

Решение.

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Отсюда:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.08 \text{ Гн}$$

Пример 2.

Как изменится коэффициент взаимоиндукции двух катушек без ферромагнитного сердечника, если число витков обеих катушек уменьшить в n раз?

Решение:

$$\begin{aligned}\Psi_{21} &= M_{21} i_1 \\ \Psi_{12} &= M_{12} i_2\end{aligned}$$

Таким образом, если число витков изменится в n раз, то потокосцепление такой катушки также уменьшится в n раз, а следовательно, и коэффициент взаимоиндукции двух катушек также уменьшится в n раз.

Пример 3.

Две индуктивные катушки соединены последовательно и подключены к сети с напряжением $u = 120 \sin(\omega t - 18^\circ)$ В. При этом по катушкам течет ток, комплексное значение которого $i = 6e^{-j18^\circ}$. Как связаны между собой катушки?

Решение: необходимо обратить внимание на начальную фазу тока и напряжения, здесь они равны. Такой случай невозможен при согласном включении, значит, катушки соединены встречно.

Пример 4.

Две одинаковые индуктивно связанные катушки соединены последовательно. Ток в цепи и напряжение на ее зажимах выражаются комплексами: $\dot{I} = 8e^{-j26^\circ}$, $\dot{U} = 64e^{-j26^\circ}$. Определить L и r одной катушки, если коэффициент взаимоиндукции $M = 0.16$ Гн.

Решение: поскольку начальные фазы тока и напряжения одинаковы, то катушки соединены встречно. Тогда:

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 - 2M = 0 \\ 2L - 2M &= 0 \\ L &= M = 0.16 \end{aligned}$$

Определим общее сопротивление двух катушек: $\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{64e^{-j26^\circ}}{8e^{-j26^\circ}} = 8e^{j0^\circ}$

$$\begin{aligned} 2r &= 8 \\ r &= 4 \end{aligned}$$

Пример 5.

Под каким углом должны располагаться оси двух индуктивно связанных катушек, чтобы коэффициент связи между ними был минимальным?

Решение: Чтобы коэффициент связи был минимальным, необходимо расположить катушки под углом в 90° , так, чтобы их потоки захватывали бы как можно меньшее количество витков второй катушки.

Пример 6.

Оси индуктивно-связанных катушек расположены так, что эквивалентная индуктивность при их последовательном соединении максимальна. На какой угол необходимо повернуть одну из катушек, чтобы эквивалентная индуктивность стала минимальной?

Решение: эквивалентная индуктивность записывается:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M$$

Таким образом, она максимальна при согласном включении, и минимальна при встречном. То есть катушку необходимо повернуть на 180° , так, чтобы ее поток был направлен навстречу потоку первой катушки.

Пример 7.

Две взаимосвязанные катушки с параметрами $r_1 = 5$ Ом, $L_1 = 0.01$ Гн, $r_2 = 10$ Ом, $L_2 = 0.02$ Гн, $M = 0.01$ Гн включены согласно.

Последовательно в цепь включен конденсатор с емкостью $C = 2$ мкФ. Определить резонансную частоту последовательного колебательного контура.

Решение: эквивалентная индуктивность для согласного включения записывается:

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 + 2M \\ L &= 0.05 \text{ Гн} \end{aligned}$$

Активное сопротивление катушек не имеет значения, так как соединение последовательное. Тогда резонансная частота (угловая) контура будет:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0.05 * 2 * 10^{-6}}} = 3164 \text{ рад/с}$$

Резонансная частота: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1000}{6.28} = 504 \text{ Гц}$

Пример 8.

Где должна располагаться точка начала обмотки второй катушки, чтобы цепь соответствовала векторной диаграмме?

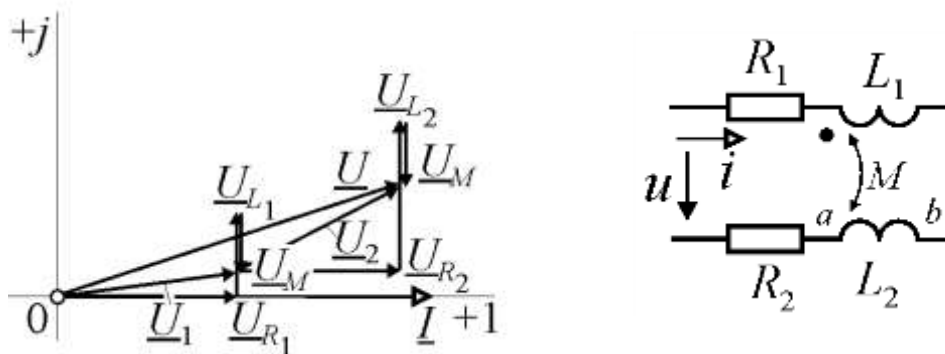


Рис. 130

Решение: Рассмотрим векторную диаграмму. На ней вектора U_M и U_{L_1}, U_{L_2} разнонаправлены, значит, катушки включены встречно. Начало первой катушки обозначено, ток протекает в ней от начала к концу. Таким образом, необходимо на схеме обозначить точку a как начало обмотки второй катушки, тогда ток в этой катушке будет протекать от конца к началу, и катушки будут соединены встречно.

Пример 9.

В какой катушке наблюдается ёмкостный эффект?

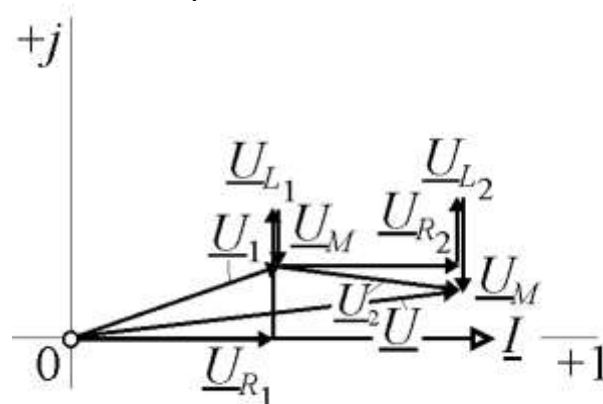


Рис. 131

Решение: Ёмкостный эффект – это отставание напряжения на одной из катушек от тока. Здесь видно, что напряжение

U_2 отстает от вектора U_{R_2} , а этот вектор сонаправлен с током в цепи, то есть емкостный эффект здесь наблюдается во второй катушке.